Научно-исследовательская работа

(Творческая работа)

Математика

«Решение задач по геометрии на ОГЭ и ЕГЭ с помощью теоремы Вариньона »

Выполнила:
Мякишева Анна Дмитриевна *учащаяся 8 А класса*

МБОУ СОШ№18, Россия, г. Невинномысск

Руководитель: ***Скрипник Светлана Алексеевна*** *Учитель математики*

МБОУ СОШ№18, Россия, г. Невинномысск

Содержание

Введение

Актуальность: Геометрия встречается во многих профессиях, без которых человечество не может обходиться: архитекторы и дизайнеры, модельеры и конструкторы, строители и многие другие профессии, поэтому математика является важным экзаменом при поступлении во многие вузы страны.

Нехватка времени - это проблема современного человечества.

Я – учащая 8 класса. Начала подготовку к сдаче экзамена по математике. Наиболее трудоемким для меня является геометрия. Решение задач требует много времени, поэтому эти сложности повышают мою тревогу о недостаточном колличестве времени на экзамене. Предо мной встал вопрос: Существует ли еще теоремы (не рассматриваемые в школьном курсе), помогающие решать задачи другими способами. Просматривая в Интернете разные источники по геометрии, мне встретилась теорема Вариньона, которая, на мой взгляд, может быть хорошим помощником при изучении темы «Четырехугольники».

Я предположила, что применение теоремы Вариньона позволит мне упростить процесс доказательства и уменьшить затраты времени при выполнение некоторых задач.

Изучению и применению этой теоремы, я решила посвятить свою исследовательскую работу.

Цель исследования: Изучить теорему Вариньона и научиться применять ее на практике для быстрого решения планиметрических задач повышенной трудности, при сдаче итогового экзамена по математике в 9 и 11 классах.

Задачи:

- Узнать, что такое именные теоремы
- Доказать теорему Вариньона и изучить следствия из этой теоремы.
- Выяснить практическое применение данной теоремы в задачах по геометрии при сдаче итогового экзамена по математике.
- Выявить типы задач, для решения которых возможно применить теорему Вариньона.
- Решить задачи из школьного учебника и экзаменационных вариантов прошлых лет стандартным способом и с помощью теоремы Вариньона. Сравнить время, затраченное на решение задач каждым из способов.

Предмет исследования: Задачи для решения которых можно применять теорему Вариньона

Методы исследования

- Изучение источников информации
- Решение геометрических задач
- Реферирование
- Анализ и обобщение результатов исследования

Гипотеза: Возможно, что теорема Вариньона существенно сокращает время на решение задач по теме «Четырехугольники».

Проблема исследования: доказать тот факт, что при решении задач использование теоремы Вариньона и следствий значительно быстрее, чем решение стандартным способом.

Продукт исследования: Перечень задач, решаемых с помощью теоремы Вариньона.

1. Теорема Вариньона и следствия из нее.

1.1.Историческая справка. Именные теоремы.

Термин «теорема» произошел от греческого слова – представление, зрелище. Данная формулировка связана с тем, что раньше в древности люди доказывали теоремы публично на площадях, где велись споры. Некоторые теоремы получили название, которое давалось в честь ученого, нашедшего доказательство или повлиявшего на её возникновение (такие теоремы относят к «именным»). «Именные» теоремы хранят в себе историю, связанную с эпохой и достижениями науки, а также биографией их создателей.

Существует известная в математике теорема, названная в честь французского ученого Пьера Вариньона.

Пьер Вариньон (1654 – 1722) – французский математик, член Парижской Академии наук. Ему принадлежит термин «логарифмической 10 спирали», он издавал «Журнал ученых», в котором публиковались научные работы того времени. Он написал учебник по элементарной геометрии. Учебник вышел во Франции в 1731, после смерти Вариньона.

Он первым увидел, что середины сторон выпуклого четырёхугольника являются вершинами параллелограмма и на основании этого доказал, что площади четырехугольника и построенного на его сторонах параллелограмм зависимы.

Теорема: Четырёхугольник, образованный путём последовательного соединения середин сторон четырёхугольника, является параллелограммом, и его площадь равна половине площади данного четырёхугольника (Рис.1)

1.2.Доказательство теоремы Вариньона.

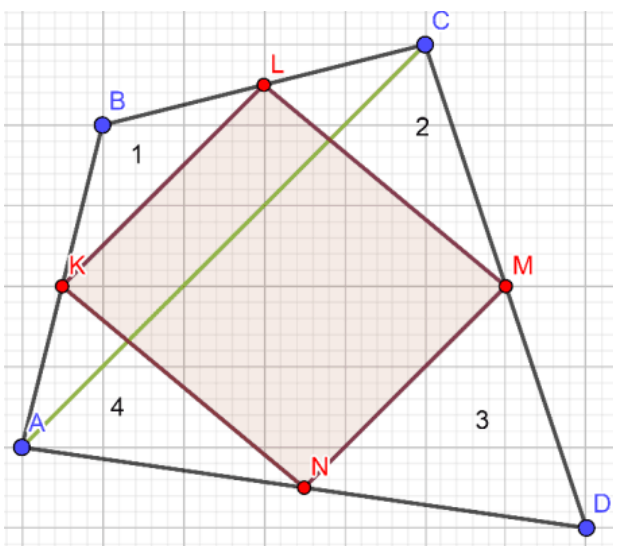
Параллелограмм Вариньона - параллелограмм, образованный путём последовательного соединения середин сторон выпуклого четырёхугольника

Бимедианы четырёхугольника – это отрезки, соединяющие середины противоположных сторон (диагонали параллелограмма Вариньона).

Доказательство теоремы для выпуклого четырехугольника

Середины сторон произвольного четырехугольника являются вершинами параллелограмма.

Рассмотрим произвольный выпуклый четырехугольник (Рис 1), на каждой стороне которого взята точка, являющаяся серединой его стороны.



Дано: ABCD – выпуклый четырехугольник

K, M, N, L – середины сторон AB, DC, AD,BC.

Доказать: <u>KLMN</u> – параллелограмм.

$S_{\underline{KLMN}} = S_{ABCD}/2$

Рис. 1

Доказательство:

Диагональ A C делит четырехугольник на два треугольника. Рассмотрим треугольники ABC и ACD.

LK – средняя линия треугольника ABC. Следовательно, LK ‖ ACи LK = AC/2.

NM – средняя линия треугольника ACD. Следовательно, NM ‖ ACи NM=

AC/2. Так как MN ‖ AC и KL ‖AC, то MN ‖ KL.

KL= MN=AC / 2

Так как MK и NP равны и параллельны, то <u>KLMN – параллелограмм.</u>

Средняя линия треугольника отсекает от него треугольник, площадь которого в четыре раза меньше площади исходного треугольника, следовательно

$S_{KBL} = S_{ABC}/4$. $S_{NMD}=S_{ACD}/4$.

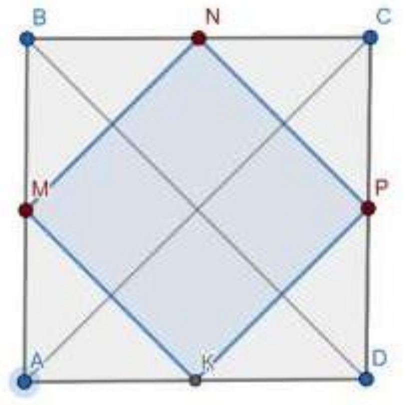
$S_{MLC}= S_{BCD}/4$. $S_{AKN}=S_{ABD}/4$

Площади четырех треугольников KLB, MLC, NMD, AKN будут равны половине площади четырехугольника ABCD.

$S_{KLMN} = S_{ABCD} - S_{ABCD}/2= S_{ABCD}/2$

Теорема справедлива также для невыпуклого четырехугольника, для пространственного четырехугольника, для самопересекающейся четырехугольной замкнутой ломаной.

1.3. Следствия из теоремы.



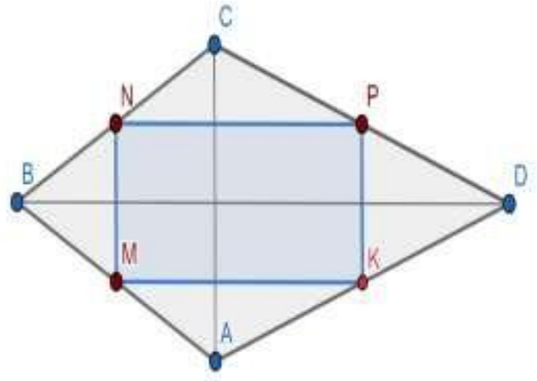
Следствие 1

а) Если в четырёхугольнике диагонали равны, то параллелограмм Вариньона является ромбом. Справедливо обратное утверждение.

б) Если в четырёхугольнике бимедианы перпендикулярны, то параллелограмм Вариньона является ромбом. Справедливо обратное утверждение

Рис. 2

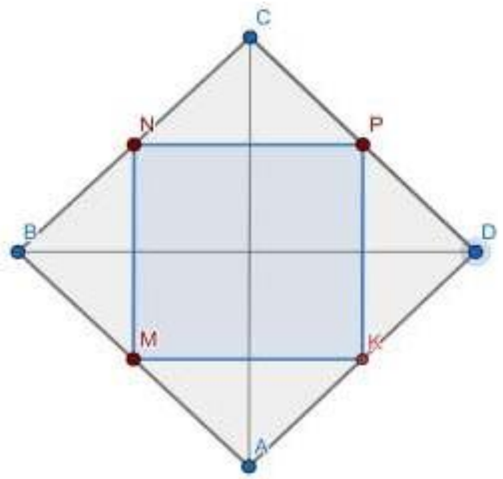
Следствие 2



а) Если в четырёхугольнике диагонали перпендикулярны, то параллелограмм Вариньона является прямоугольником. Справедливо обратное утверждение.

б) Если в четырёхугольнике бимедианы попарно равны, то параллелограмм Вариньона является прямоугольником. Справедливо обратное утверждение

Следствие 3



а) Если в четырёхугольнике диагонали равны и перпендикулярны, то параллелограмм Вариньона является квадратом. Справедливо обратное утверждение.

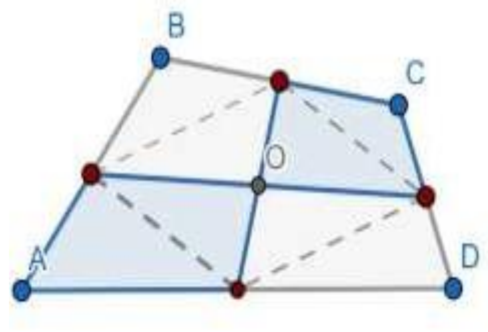
б) Если в четырёхугольнике бимедианы равны и перпендикулярны, то параллелограмм Вариньона является квадратом. Справедливо обратное утверждение.

Следствие 4

Периметр параллелограмма Вариньона равен сумме длин диагоналей исходного четырехугольника

$P_{MNPK} = AC+BD$

Рис.5



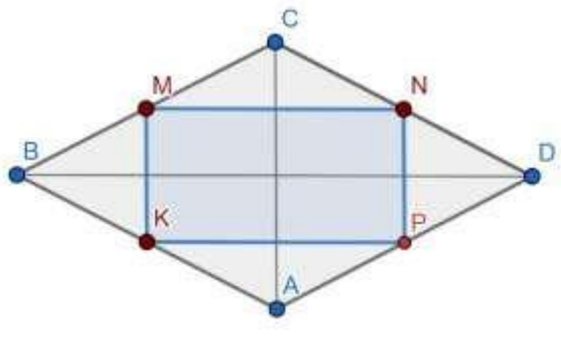
Следствие 5 (теорема о бабочках). Суммы площадей накрест лежащих четырехугольников, образованных пересечением бимедиан MP и KN выпуклого четырехугольника ABCD равны

2. Задачи на применение теоремы Вариньона.

Задачи, решить которые решаются с помощью теоремы Вариньона, можно разделить на два типа: На доказательство геометрического факта с помощью теоремы Вариньона и нахождение неизвестных величин с помощью теоремы Вариньона. Решила примеры задач двумя способами решения, помощью теоремы Вариньона и стандартным способ из школьной программы.

2.3. Первый тип. На доказательство геометрического факта с помощью теоремы Вариньона. Решение двумя способами.

Задача 1. Докажите, что середины сторон ромба являются вершинами прямоугольника.



Дано: ABCD – ромб

K, M, N, P – середины сторон A, DC, CD, DA.

Доказать: K, M, N, P – вершины прямоугольника

Рис. 6

<u>Доказательство с помощью теоремы Вариньона</u>: Так как ABCD – ромб, то его диагонали перпендикулярны. По следствию 2 из теоремы Вариньона, если в четырёхугольнике диагонали перпендикулярны, то параллелограмм Вариньона является прямоугольником.

Доказательство без теоремы Вариньона: AC – диагональ. MK – средняя линия треугольника ABC. NP – средняя линия треугольника ADC.

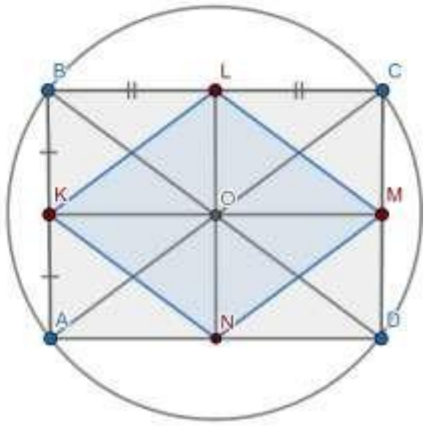
Треугольники ABC и ADC равны по третьему признаку равенства треугольников (AB=DC и BC=DC как стороны ромба, AC – общая сторона), следовательно, MK=NP как соответственные стороны подобных треугольников.

Также MK ‖ NP (так как AC ‖NM и AC ‖KL).

Аналогично можно доказать подобие другой пары треугольников CBD и ADB, следовательно, равенство и параллельность сторон MK ‖NP, MK ‖NP.

Следовательно, KMNP – прямоугольник.

Задача 2. В круг вписан прямоугольник. Середины сторон прямоугольника последовательно соединены отрезками. Доказать, что периметр образовавшегося четырехугольника равен удвоенному диаметру данного круга



Дано: ABCD – прямоугольник

A, B, C,D – лежат на окружности с центром O и диаметром D

N, K, L, M – середины сторон AB, BC, CD, DA.

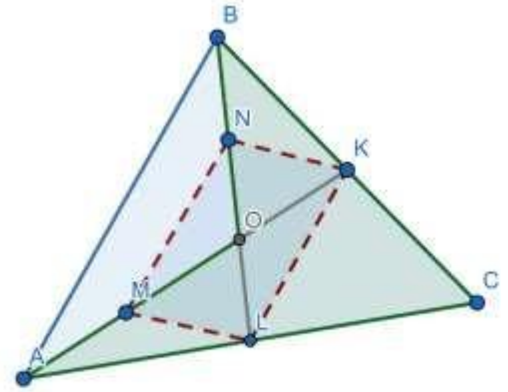
Доказать: P_{KLMN}=2*D

Рис. 7

Доказательство с помощью теоремы Вариньона: KLMN – параллелограмм Вариньона, который вписан в прямоугольник ABCD, тогда KLMN – ромб (следствие 1 из теоремы Вариньона), а P_{KLMN} = 4*KL = 4 * 1/2*AC = 2*AC=2*D

Доказательство без теоремы Вариньона: В ΔABC KL – средняя линия, значит, KL=1/2*AC и параллельна AC (по свойству средней линии треугольника), то есть равна половине диаметра круга. Аналогично докажем, что каждая из сторон четырехугольника KLMN равна половине диаметра круга, то есть все стороны четырехугольника KLMN равны. Тогда KLMN – ромб. Вычислим его периметр: PKLMN = 4*KL = 4 * 1/2*AC = 2*AC=2*D

Задача 3. Доказать теорему об общем свойстве медиан треугольника. «Медианы в треугольнике пересекаются в одной точке и делятся в ней в отношении 2:1, считая от вершины.



Дано: ABC – треугольник

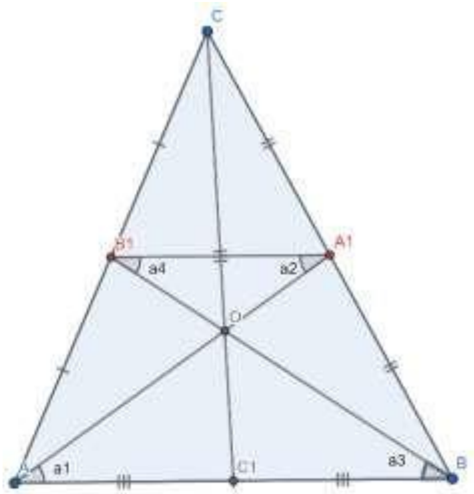
K, L – середины сторон AB, AC.

Доказать: Медианы в треугольнике пересекаются в одной точке и делятся в ней в отношении 2:1

Рис. 8

Доказательство с помощью теоремы Вариньона: Построим невыпуклый четырехугольник ACBO. Середины его сторон– точки K, L, M и N – вершины параллелограмма, причем точкой пересечения его диагоналей KM и LN будет точка пересечения медиан O. Итак, AM = MO = OK и BN = NO = OL, т.е. точка O делит каждую из медиан AK и BL в отношении 2:1. Аналогично доказывается для медианы, проведённой из вершины C.

Доказательство без теоремы Вариньона:



Рассмотрим произвольный треугольник ABC. Обозначим буквой O точку пересечения его медиан AA_1 и BB_1 и проведём среднюю линию A_1B_1 этого треугольника. Отрезок A_1B_1 параллелен стороне AB, поэтому $\angle a1 = \angle a2$ и $\angle a3 = \angle a4$ как/ 4как накрест лежащие при пересечении параллельных прямых AB и A_1B_1

Рис. 9

Следовательно, треугольники AOB и A_1OB_1 подобны по двум углам, и, значит, их стороны пропорциональны: $AO/A_1O=BO/B_1O=CO/C_1O$.

Но $AB=2*A_1B_1$, поэтому $AO=2*A_1O$ и $BO=2*B_1O$. Таким образом, точка O пересечения медиан AA_1 и BB_1 делит каждую из них в отношении 2:1, считая от вершины.

Аналогично доказывается, что точка пересечения медиан BB_1 и CC_1 делит каждую из них в отношении 2:1, считая от вершины, и, следовательно, совпадает с точкой O.

2.4. Второй тип. Нахождение неизвестных величин с помощью теоремы Вариньона. Решение двумя способами.

Задача 4: У четырехугольника диагонали равны a и b. Найдите периметр четырехугольника, вершинами которого являются середины сторон данного четырехугольника.

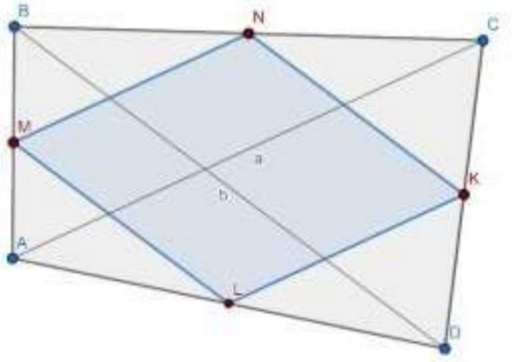


Рис. 10

Решение с помощью теоремы Вариньона: MNKL – параллелограмм Вариньона. По теореме Вариньона (следствие 4) периметр параллелограмма Вариньона равен a + b.

Решение без теоремы Вариньона:

AC – диагональ.

KN – средняя линия треугольника ABC.

LM – средняя линия треугольника ADC.

Треугольник ABC равен треугольнику ADC (по третьему признаку равенства треугольников) (AB=DC, BC=DC, AC – общая сторона), следовательно, KL=NM.

KL||NM (AC||NM, AC||KL), следовательно, KLMN – параллелограмм.

KN||AC||LM, следовательно, KN=LM=0,5AC

LK||BD||MN, следовательно, LK=MN=0,5BD.

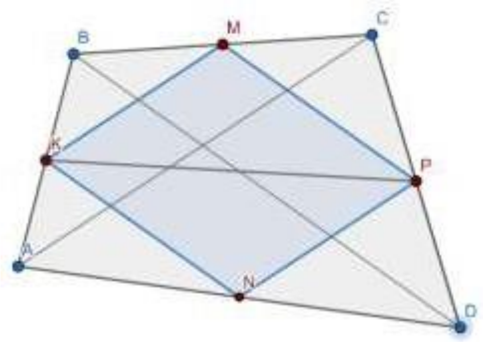
P_{ABCD}=KL+NM+LM+KN=0,5AC+0,5AC+0,5BD+0,5BD=BD+AC= a+b.

Ответ: P_{ABCD} = a+b

Решение задачи с помощью теоремы Вариньона занимает ориентировочно 5 минут. Решение стандартным способом 10-15 минут.

2.5. Задачи из учебников геометрии или из вариантов ОГЭ и ЕГЭ прошлых лет. Решение с помощью теоремы Вариньона.

Задача 5. Найдите площадь четырехугольника ABCD, если его диагонали равны 12 см и 14 см, а его бимедиана равняется 9 см.



ABCD – выпуклый четырехугольник.

AC = 12см, BD =14см

K, P – середины сторон AB, CD.

KP =9см

Найти: S_{ABCD}

Рис. 11

Решение: Построим внутри ABCD параллелограмм Вариньона – MKNP

По теореме Вариньона S_{MKNP}= 0,5*S_{ABCD}

Т.к. бимедиана является диагональю параллелограмма MKNP, следовательно, она разделяет параллелограмм на 2 треугольника: PMK и PNK.

S_{MKNP}=S_{PMK} + S_{PNK}

MK = 0,5 * BD, т.к. BD является средней линией треугольника DAB. МК=7см.

PM = 0,5 * AC, т.к. PM является средней линией треугольника ADC. PM = 6см

3) По теореме Герона $S=\sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$, где $P=(a+b+c)/2$- полупериметр треугольника =11см

$S_{MKNP} = \sqrt{11(11-7)(11-6)(11-9)}=\sqrt{11*4*5*2}=\sqrt{440}=2\sqrt{110*2} =4\sqrt{110}$

$S_{ABCD} = 4\sqrt{110}*2=8\sqrt{110}$

Ответ: $S_{ABCD} =8\sqrt{110}$кв.см

Задача 6. В выпуклом четырехугольнике ABCD отмечены середины противоположных сторон BC и AD - точки L и N соответственно. Диагональ AC проходит через середину отрезка LN. Найдите площадь четырехугольника ABCD, если площадь треугольника ACD равна S.

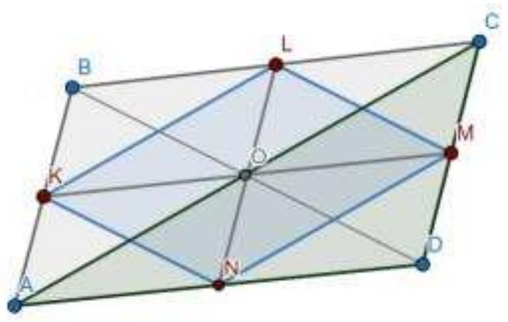


Рис 12

ABCD – выпуклый четырехугольник.

L, N – середины сторон BC, AD.

O – середины сторон LN

Точка O принадлежит AC

$S_{ACD} = S$

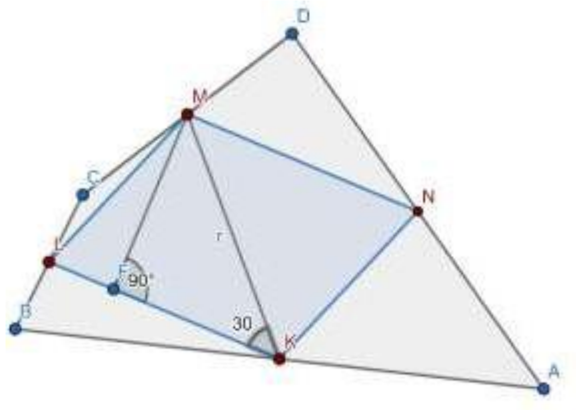
Найти: S_{ABCD}

Решение: Пусть K и M – середины сторон AB и CD. Построим внутри ABCD параллелограмм Вариньона – KNML, отрезок KM содержит середину O отрезка LN. Стороны треугольника KOL – средние линии треугольника ACD, следовательно, $S_{KOL}=1/4S_{ACD}=1/4S$. Аналогично, $S_{MON}= 1/4S/4$, так как треугольники KOL и MON равны, то $S_{ADC}=S_{KOL}*4 = S_{MON} * 4 =S_{ACD}=S$.

Следовательно, $S_{ABCD} = S_{ABC}+S_{ACD}=S+S=2*S$

Ответ: $2*S$.

Задача 7: Дан выпуклый четырехугольник ABCD. Найдите площадь ABCD, если KL=6см, KM=4√3см, ∠MKL=30°, K, L, M и N середины соответствующих сторон.



ABCD – выпуклый четырехугольник.

K, L, M и N – середины AB, BC, CD и AD

KL=6 см, KM=4√3 см, ∠MKL=30°

Рис 13

Решение: четырехугольник KLMN – параллелограмм Вариньона, следовательно, $S_{ABCD}=2*S_{KLMN}$. Проведем высоту MF к основанию KL, тогда $S_{KLMN} = KL*MF$

▲KMF – прямоугольный и имеет ∠MKL=30°. Катет, лежащий против ∠=30° равен половине гипотенузы, следовательно, ML=0,5*KM=2√3

$S_{KLMN}=6*2\sqrt{3}=12\sqrt{3}$

$S_{ABCD}=12\sqrt{3}*2=24\sqrt{3}$

Ответ: $S_{ABCD}=24\sqrt{3}$кв.см

Рассмотрим задачи, которые встречаются в школьном курсе геометрии.

Рассмотрим задачи из учебника для 7 – 11 классов средней школы. Погорелов А. В.

Задача 55, стр100. Докажите, что середины сторон четырехугольника являются вершинами параллелограмма.

Доказательство: Полученный четырехугольник является параллелограммом по теореме Вариньона.

Задача 57, стр100. У четырехугольника диагонали равны a и b. Найдите периметр четырехугольника, вершинами которого являются середины сторон данного четырехугольника.

Решение: Полученный четырехугольник является параллелограммом по теореме

Вариньона. Периметр параллелограмма Вариньона равен сумме диагоналей исходного четырёхугольника т.е. a+b.

Задача 58, стр100 . Докажите, что середины сторон прямоугольника являются вершинами ромба. И наоборот, середины сторон ромба являются вершинами прямоугольника

Доказательство: Диагонали прямоугольника равны, поэтому середины сторон прямоугольника являются вершинами ромба (следствие 1);

Стороны прямоугольника перпендикулярны, поэтому бимедианы перпендикулярны, тогда середины сторон прямоугольника являются вершинами ромба (следствие 3).

А теперь задачи из учебника для 7 – 11 классов средней школы. Г.П.Бевз, В.Г.Бевз, Н.Г.Владимирова.

Задача 369. Какую форму имеет четырехугольник, вершинами которого являются середины сторон прямоугольника?

Решение: Диагонали прямоугольника равны, поэтому середины сторон прямоугольника являются вершинами ромба (следствие 1);

Задача 371. Докажите, что средние линии четырехугольника делятся точкой пересечения пополам.

Доказательство: Т.к. средние линии четырехугольника являются диагоналями параллелограмма Вариньона, то точка пересечения делит их пополам.

Учебник для 7 – 9 классов общеобразовательных учреждений В.Н.Руденко, Г.А.Бахурин

Задача 413. Диагональ квадрата равна 7см. найдите периметр четырехугольника, вершинами которого являются середины сторон квадрата

Решение: Полученный четырехугольник является квадратом. Периметр по следствиям из теоремы Вариньона равен a+b, где a и b являются диагоналями исходного четырехугольника у квадрата диагонали равны, значит периметр равен 14см.

Задача 374. Докажите, что середины сторон параллелограмма являются вершинами нового параллелограмма

Доказательство: Новый четырехугольник является параллелограммом по теореме Вариньона.

Учебник геометрии 8 класс А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонский, М.С. Якир.

№ 202. Сумма диагоналей четырехугольника равна 28 см. Найдите периметр четырехугольника , вершины которого являются серединами сторон данного четырехугольника.

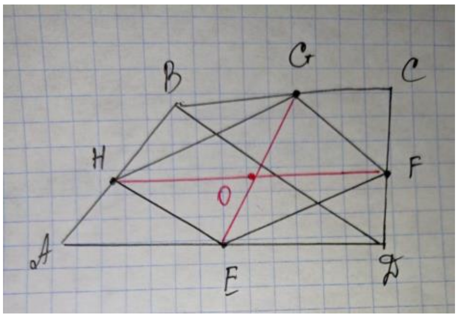
Решение: Четырехугольник, вершины которого являются серединами сторон данного четырехугольника, является параллелограммом Вариньона. Периметр параллелограмма Вариньона равен сумме диагоналей исходного четырехугольника, следовательно периметр равен 28 см.

№ 203. Вершинами четырехугольника являются середины сторон ромба с диагоналями 8 и 14 см. Определите вид четырехугольника и найдите его стороны.

Решение: Четырехугольник, вершины которого являются серединами сторон данного четырехугольника, является параллелограммом Вариньона. Если в четырёхугольнике диагонали перпендикулярны,то параллелограмм Вариньона является прямоугольником. Исходный четырехугольник-ромб, его диагонали взаимно перпендикулярны, следовательно искомый четырехугольник-прямоугольник со сторонами 4 и 7 см.

Задача из ОГЭ №25

В выпуклом четырехугольнике расстояние между серединами противоположных сторон равно 3 и 4 см, а одна из диагоналей равна 5. Найдите площадь этого четырехугольника.



Решение:
В треугольнике ADB, HE - средняя линия. Ее длина равна половине DB, HE=2,5. HGFE - параллелограмм по теореме Вариньона. Площадь параллелограмма равна половине площади данного четырехугольника.
Отрезки, соединяющие середины сторон четырехугольника, есть диагонали параллелограмма. Они равны 4 и 3 по условию. Тогда G0=OE=2, HO=OF=1,5.Треугольник GOF- прямоугольный, по теореме обратной к теореме Пифагора, диагонали HG и FE перпендикулярны.
Площадь параллелограмма, диагонали которого перпендикулярны, равна половине произведения диагоналей. S=(4*3)/2=6
Площадь исходного четырехугольника в два раза больше площади параллелограмма HGFE и равна 12.

Второй способ нахождения площади параллелограмма.

Найти площадь треугольника GOF по формуле Герона. S=√P(P-a)(P-b)(P-c), где P=(a+b+c)/2- полупериметр треугольника = 3см

Все четыре треугольника GOF,FOE,EOH,HOG равновеликие. Площадь параллелограмма в четыре раза больше площади треугольника GOF.

А площадь четырехугольника в два раза больше площади параллелограмма. Ответ: 12

Задача №1 ЕГЭ.

Площадь параллелограмма ABCD равна 14. Найдите площадь параллелограмма A’B’C’D’, вершинами которого являются середины сторон данного параллелограмма.

Четырехугольник, вершинами которого являются середины сторон произвольного прямоугольника, является параллелограммом Вариньона. Как мы знаем, площадь параллелограмма Вариньона равна половине площади исходного четырехугольника. Следовательно, площадь параллелограмма A’B’C’D’ равна 7 см.

Задача 2 ЕГЭ.

Диагонали четырехугольника равны 4 и 5. Найдите периметр четырехугольника, вершинами которого являются середины сторон данного четырехугольника.
Решение:

Стороны искомого четырехугольника являются сторонами параллелограмма Вариньона, периметр которого равен сумме диагоналей данного четырехугольника. Соответственно,
$P_{KLMN} = AC + BD = 4+5 = 9$.

Выводы

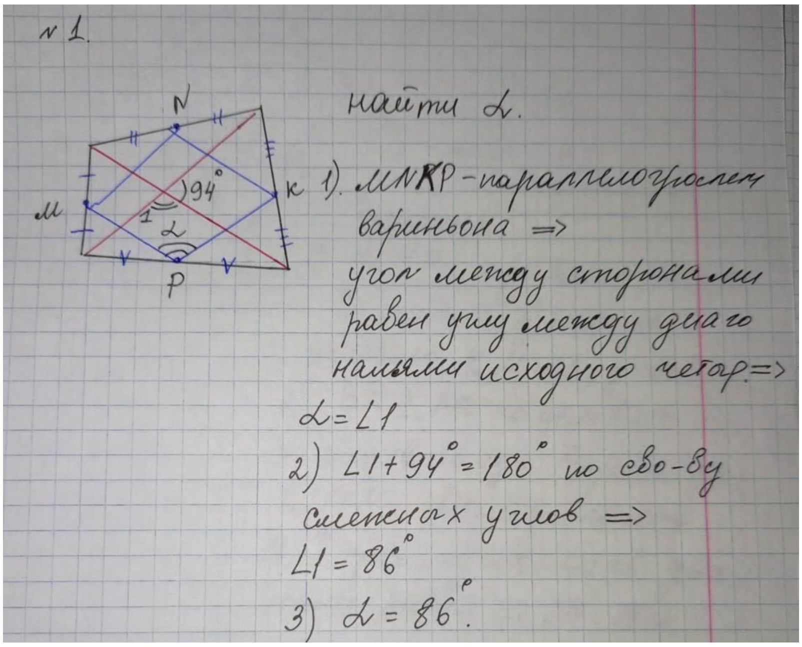
В процессе исследования я узнала об авторских теоремах, о Пьере Вариньоне, рассмотрела доказательство его теоремы и следствия.

Выдвинутая гипотеза подтвердилась: Теорема Вариньона существенно сокращает время на решение некоторых задач по теме «Четырехугольники». На решение задачи традиционным способом затрачивается 10-15 минут, а зная теорему Вариньона и следствия из нее, доказательство сводится к одному–двум предложениям и занимает меньше времени (3-5 минут).

Наше исследование поможет систематизировать и углубить теоретические и практические знания учащихся по геометрии. Работа перспективна, т.к. геометрия не остановилась в своём развитии, а играет всё большую роль в познании мира. В дальнейшем мы планируем поработать над утверждениями, обратными теореме Вариньона для различных видов четырёхугольников.

Приложение 2.

Примеры решения задач с сайта Решу урок:



№ 1.

найти α.

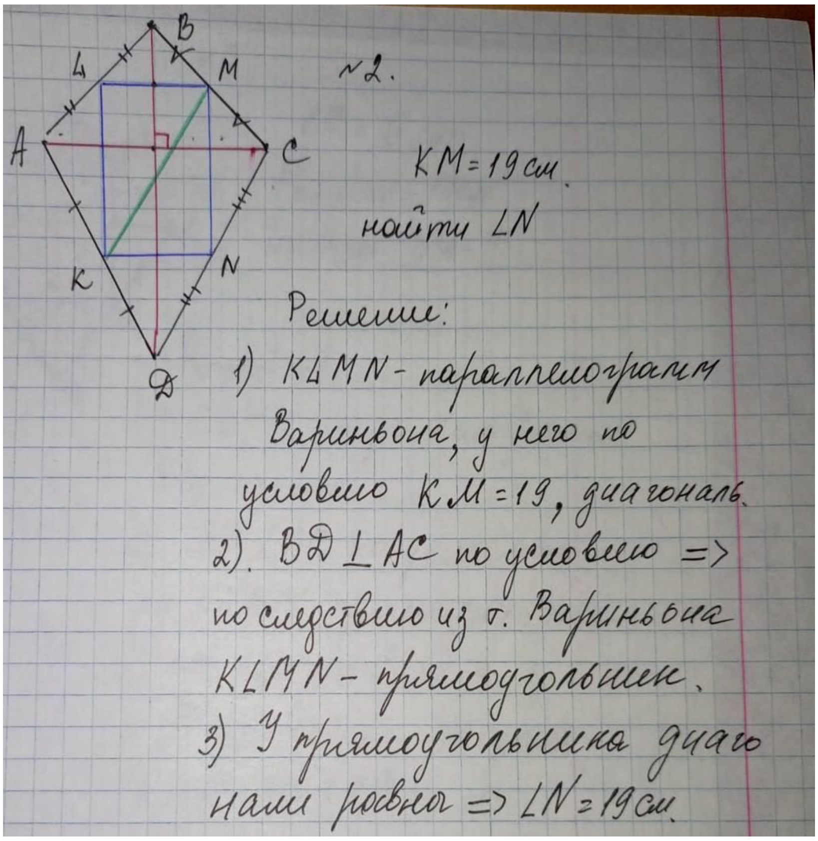
1) MNKP – параллелограм Вариньона => угол между сторонами равен углу между диагоналями исходного четыр. =>

$\alpha = \angle 1$

2) $\angle 1 + 94^\circ = 180^\circ$ по сво-ву смежных углов =>

$\angle 1 = 86^\circ$

3) $\alpha = 86^\circ$.



№2.

KM = 19 см.

найти LN

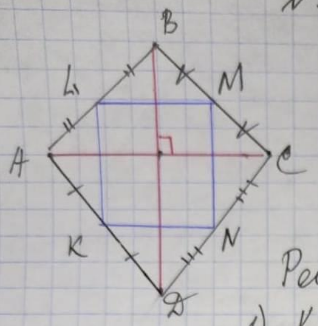
Решение:

1) KLMN – параллелограмм Вариньона, у него по условию KM = 19, диагональ.

2). $BD \perp AC$ по условию => по следствию из т. Вариньона KLMN – прямоугольник.

3) У прямоугольника диагонали равны => LN = 19 см.

№ 3



$AC = 6$ см

$P_{KLMN} = 14$ см

найти BD - ?

Решение:

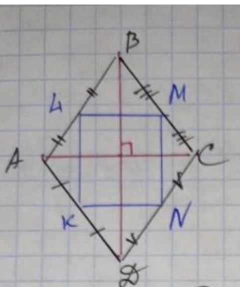
1) $KLMN$ - параллелограмм Вариньона

2) $BD \perp AC$ по условию $\Rightarrow KLMN$ - прямоугольник

3) по следствию 4 из т. Вариньона получим $P_{KLMN} = AC + BD \Rightarrow$

$BD = 14 - 6 = 8$ (см)

№ 4.



$AC = 24$ см

$BD = 12$ см

найти S_{KLMN} - ?

Решение:

1) Четырехугольник $ABCD$ - ромб т.к. $AC \perp BD \Rightarrow S_{ABCD} = \frac{12 \cdot 24}{2} = 144$ см^2.

2) По следствию из т. Вариньона получаем $S_{KLMN} = \frac{1}{2} S_{ABCD} \Rightarrow$

$S_{KLMN} = \frac{1}{2} \cdot 144 = 72$ см^2.

Литература

1. Филипповский Г. Б. Параллелограмм Вариньона решает задачи. Математика в школе. – Киев, 2006. - № 4.

2. Геометрия: учебник для 7–9 кл. общеобразовательных учреждений. Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. М.: Просвещение, 2016.

3. В. Вавилов, П. Красников. Бимедианы четырехугольника. Математика. 2006 – № 22.

4. Зив Б. Г. Задачи к урокам геометрии 7-11 кл. СПб. : Изд-во АКАЦИЯ, 1995. – 624 с.

5. Глейзер Г.И. История математики в школе 9-10 кл. М.: Просвещение, 1983. –351 с.

6. Ильин В. Применение теоремы о средней линии треугольника к решению задач. Газета Математика. Объединение педагогических изданий 1 сентября. – 1998. – № 48.

7. Куланин Е. Д. 3000 конкурсных задач по математике. М.: Рольф, 1997. – 608

8. Нагибин, Ф.Ф. Математическая шкатулка. М.: Дрофа, 2006. – 270 с.

9. Прасолов В.В. Задачи по планиметрии. М.: Наука, 1995.-Т.1,2.

10. Фарков А.В. Учимся решать олимпиадные задачи. Геометрия. 5-11 кл. М.: Айрис-пресс, 2006. – 128 с.

11.. https://multiurok.ru/files/matematika-parallelogramm-frantsuzskogo-matematika.html

12.. http://repetitor-problem.net/teorema-varinona-i-ee-primenenie

13.https://ru.wikipedia.org/wiki/Вариньон,_Пьер

14. http://www.cyberforum.ru/geometry/thread1910410.html

15. Учебник для 7 – 9 кл. общеобразовательных учреждений /А.В. Погорелов, – М.: Просвещение, 2014.

16. Геометрия: Доп. главы к шк. учеб. 8 кл.: Учеб. пособие для учащихся школ и классов с углубленным изучением математики / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. – М.: Просвещение, 1996.

17.https://planimetry-urok.sdamgia.ru/test?theme=127