

Управление образования Администрации городского округа
город Уфа Республики Башкортостан
МБОУ ДО «Научно-информационно-методический центр»
Городской конкурс исследовательских работ «Инновации в нашей жизни»

Тема научно–исследовательской работы

«Математика в архитектуре на примере мемориального комплекса
«Героям Сталинградской битвы» на Мамаевом Кургане».

Сазонова Максима Алексеевича
учащегося 6 «А» класса
Муниципального автономного
общеобразовательного учреждения
«Аксаковская гимназия № 11»
городского округа город Уфа Республики
Башкортостан

Научный руководитель: Трофимова Елизавета Михайловна
учитель математики,
Муниципального автономного
общеобразовательного учреждения
«Аксаковская гимназия № 11»
городского округа город Уфа Республики
Башкортостан

г. Уфа 2025 год

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ГЛАВА 1. Теоретическая часть исследования проблемы.....	5
ГЛАВА 2. Практическая часть исследования проблемы.....	8
ВЫВОДЫ.....	15
Использованная литература:	16
Приложение.....	17

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность исследования: Математика и архитектура тесно связаны. Перед тем, как начать работу над строительством любого объекта, архитектор рассчитывает расположение всех элементов, нагрузку, вес и прочие необходимые характеристики для реализации идеи. Изучая военную историю периода Великой отечественной войны, я познакомился с памятником-ансамблем «Героям Сталинградской битвы» на Мамаевом Кургане. Данный комплекс занимает площадь более 26 гектаров и расположен на разных уровнях по высоте. Проектирование и строительство таких объектов невозможно без применения математических расчетов. Одним из математических понятий является подобие треугольников. Я решил проверить использование этого понятия в проектировании памятника-ансамбля «Героям Сталинградской битвы».

Цель проекта: выявить применение подобных треугольников в архитектуре на примере памятника - ансамбля «Героям Сталинградской битвы».

Задачи:

1. Изучить историю и идею создания памятника-ансамбля «Героям Сталинградской битвы». Изучить основные композиции Памятника-ансамбля.
2. Изучить понятие «Подобие треугольников». Изучить признаки и свойства подобных треугольников.
3. Сделать чертеж в боковой проекции Памятника-ансамбля «Героям Сталинградской битвы»
4. Применить свойства подобия треугольников для расчета расположения скульптур «Стоять насмерть!» и «Родина-мать зовет!» относительно друг друга
4. Сделать выводы о применении математики в архитектуре, в частности свойства подобия треугольников

Предмет исследования – Памятник-ансамбль «Героям Сталинградской битвы» на Мамаевом Кургане.

Гипотеза работы: с помощью признаков подобных треугольников можно обосновать архитектурное строение Памятника-ансамбля «Героям Сталинградской битвы» на Мамаевом Кургане.

Этапы и сроки реализации проекта:

Этап 1. Выбор темы проекта (август 2024 г.): определение темы, обоснование актуальности, постановка проблемы, цели и задачи проекта. Я выбрал эту тему, так как меня интересует военная история и математика.

Этап 2. Сбор информации (сентябрь 2024 г.): для работы над проектом я пользовался интернет – ресурсами, посетил Памятник – ансамбль «Героям Сталинградской битвы», музей-заповедник «Сталинградская битва».

Этап 3. Планирование проекта (сентябрь 2024 г.): изучение понятия подобия треугольников, изучение компьютерной программы для создания чертежей, выбор материалов для создания упрощенного макета Памятника-ансамбля «Героям Сталинградской битвы».

Этап 4. Реализация проекта (октябрь 2024 г.): создание чертежа с помощью программы, проведение расчетов. Создание упрощенного макета Памятника-ансамбля «Героям Сталинградской битвы».

Этап 5. Презентация проекта (ноябрь 2024 г.): структурирование полученной информации и презентация результатов проекта.

Продукт проектной деятельности – чертежи с демонстрацией применения свойств подобия треугольников, упрощенный макет.

Практическая значимость работы: данные материалы можно использовать на уроках геометрии в качестве методических материалов для закрепления темы «Подобные треугольники», а так же при обучении архитектуре в художественных образовательных учреждениях и применение этих знаний при моделировании макетов и проектных чертежей.

ГЛАВА 1. Теоретическая часть исследования проблемы.

Сталинградская битва была одной из важнейших в истории Великой Отечественной войны. Она продолжалась в период с 17 июля 1942 года по 2 февраля 1943 г. Эта битва изменила историю и переломила ход не только Великой отечественной войны, но и Второй мировой войны. Центром противостояния в Сталинграде стал Мамаев курган. На фронтовых картах он значился как высота 102.0. Важность этой высоты была связана с очень выгодным расположением: с его вершины прекрасно просматриваются заволжские дали, где во время битвы располагались госпитали, резервы, штабы советских войск. Отлично были видны переправы через Волгу, северные промышленные районы, центр города с железнодорожным узлом и речным портом. Бои за эту высоту продолжались более четырех месяцев. Во время непрерывных боев она несколько раз переходила из рук в руки. На разных этапах боевых действий в этой грандиозной битве с обеих сторон участвовало более двух миллионов человек. Бои шли не только на Мамаевом кургане, но и в самом городе, где советские воины сражались в буквальном смысле этого слова за каждый дом и за каждую улицу. В боях длительных пауз или затишья не было — бои шли непрерывно. К середине ноября продвижение немецких войск путем героических усилий было остановлено на всем фронте. Враг был вынужден окончательно перейти к обороне.

Вот как описывает эти бои за Мамаев курган немецкий офицер Гельмут Вельц, участник боевых действий на «Красном Октябре» и высоте 102.0: «С этой высоты нам видно все. На русские оборонительные позиции обрушивается залп за залпом. Взлетают целые гирлянды снарядов. Там уже не должно быть ничего живого. Кажется, так оно и есть. Еще каких-нибудь двадцать метров — и наши уже займут передовые русские позиции. И вдруг в воронках и на огневых точках появляется русская пехота, которую мы уже считали уничтоженной. Глазам своим не верю. Как, неужели после ураганного огня там еще жива оборона? Каждое мгновение мы видим, как валятся наземь наши наступающие солдаты, остальные несутся назад. Что за наваждение, уж не приснился ли мне весь этот бой? Пять свежих батальонов пошли в наступление, пять батальонов вели бой, как дома на учебном плацу. А результаты? Большинство убито, часть ранена,

остальные разбиты наголову. Заколдованное место! Как ни пытайся взять его, натыкаешься на гранит».

Оборонительный этап операции продолжался до 18 ноября 1942-го, а с 19 ноября начался наступательный этап. Сражение завершилось разгромом советской армией фашистских войск 26 января 1943 года.

В память об этом сражении был создан Памятник-ансамбль «Героям Сталинградской битвы» на Мамаевом кургане. Его строительство началось в 1959 году и длилось восемь лет. Протяженность комплекса составляет 820 метров. Комплекс состоит из десятков скульптур, множества аллей, нескольких бассейнов, музея и большой братской могилы. Все объекты связаны одной темой и рассказывают о событиях периода Сталинградской битвы.

План и основные элементы мемориального комплекса представлены на рисунке 1 приложения.

Одной из идей мемориала является уникальное расположение двух основных памятников – памятника солдату на площади «Стоявших насмерть» и скульптуры «Родина – мать зовет». Идея заключается в том, что поднимаясь к скульптуре «Родина-мать зовет» перед нами сначала появляется «Родина-мать», призывающая своих сынов и дочерей на защиту Отечества. По мере приближения к скульптуре, перед нами в полный рост встает образ защитника. Этот образ воплощен в скульптуре солдата, который в определенный момент закрывает собой «Родину-мать». Реализация этой идеи невозможна без математических расчетов.

Учитывая особенность рельефа местности, на котором располагается мемориальный комплекс (уровень точки комплекса у подножия статуи «Родина-мать зовет» более чем на 70 метров выше, чем начальная точка на площади), я предположил, что при проектировании мемориала, а в частности, высоты и расположения скульптур, использовалось определение подобия треугольников и признаки подобия.

По определению подобные треугольники — это треугольники, у которых углы соответственно равны, а стороны одного треугольника пропорциональны сходственным сторонам другого треугольника.

Существует три признака подобия треугольников:

1. Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны.
2. Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы, заключённые между этими сторонами, равны, то такие треугольники подобны.
3. Если три стороны одного треугольника пропорциональны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники подобны.

ГЛАВА 2. Практическая часть исследования проблемы.

Для изучения предположения, я сделал боковую проекцию мемориального комплекса. Для этого я выбрал контрольные точки для построения, нашел их координаты (высота и расстояние от начала маршрута). Для получения данных по высоте я использовал топографическую карту района. Данные представлены в таблице:

Таблица 1.

Показатели высоты контрольных точек относительно уровня моря и начальной точки отсчета.

Контрольная точка	Над уровнем моря, м	Относительно входа, м
начало лестницы	42	0
начало аллеи тополей	46	4
конец аллеи тополей (начало лестницы 2)	58	16
начало площади «Стоять насмерть»	62	20
начало Стены руины	68	26
начало «Площадь героев»	77	35
конец «Площадь героев»	85	43
уровень подножие памятника	113	71

Так как на топографической карте все данные по расположению в высоту, указаны относительно уровня моря, для построения чертежа я пересчитал все величины относительно уровня площади.

Таблица 2.

Высота основных объектов.

Объект	Высота, м
Высота скульптуры «Родина-мать зовёт» полная с мечом	85
Высота плиты основания памятника	2,25
Высота скульптуры солдата на площади «Стоять насмерть»	16,5

Таким образом, точка начала мемориального комплекса у меня имеет координаты $X=0$; $Y=0$.

Для вычисления координаты по оси X для выбранных контрольных точек я использовал данные с ресурса Яндекс.карты:

Таблица 3.

Расстояние от начала комплекса до контрольной точки.

Контрольная точка	м
начало лестницы	0
начало аллеи тополей	34
конец аллеи тополей (начало лестницы 2)	258
начало площади стоять насмерть	275
начало Стены руины	376
начало Площадь Героев	451
конец Площадь героев	543
уровень подножие памятника	738
Расстояние от начала Аллеи тополей до скульптуры солдата на площади «Стоять насмерть»	67,5

Результатом является чертеж, представляющий собой боковую проекцию мемориального комплекса «Героям Сталинградской битвы» на Мамаевом Кургане. (Рисунок 2 Приложение)

Для удобства расчетов сделал упрощенный чертеж данной проекции, который представлен на рисунке 3 в Приложении.

Выделил и увеличил чертеж, с интересующими меня объектами: скульптура солдата на площади «Стоять насмерть» (объект Р на рисунках) и скульптура «Родина-мать зовет» (объект РМ на рисунках):

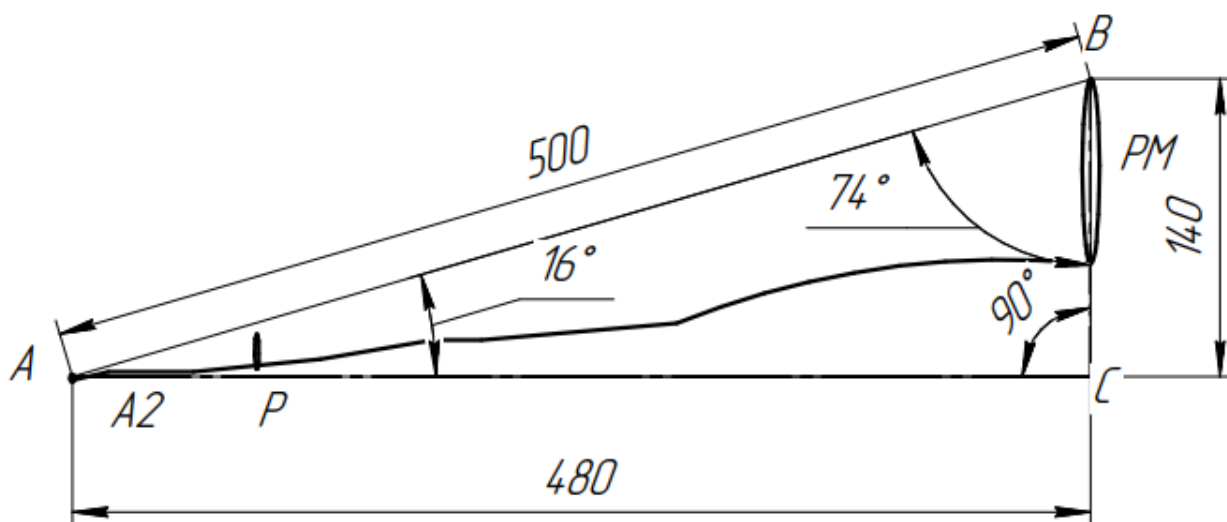


Рис. 4

На рисунке 4 точка А – место расположения человека когда он видит только фигуру Родины-мать.

На рисунке я начертил треугольник, сторонами которого являются: линия взгляда человека (АВ), две другие стороны треугольника – это линии соединяющиеся под прямым углом от точки А (место расположения человека) и точки В (пересечение линии взгляда и объекта РМ). Все чертежи делал в программе КОМПАС-3Д. С помощью данной программы измерил длину сторон полученного треугольника.

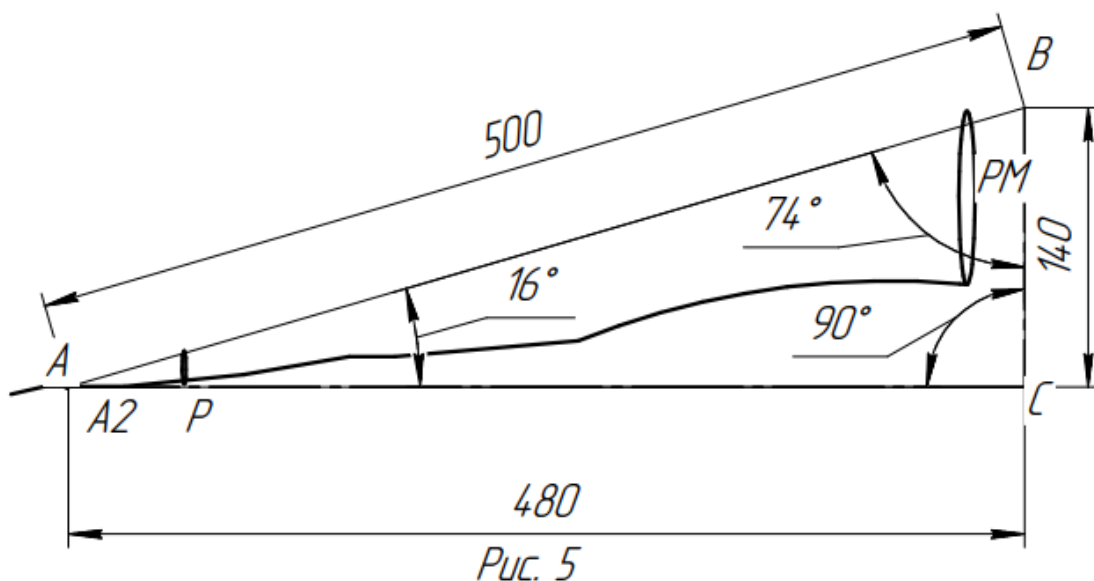
Таблица 4.

Результаты замеров сторон и углов треугольника АВС

Объект	Значение
Сторона АВ, м	500
Сторона ВС, м	140
Сторона АС, м	480
Угол ВАС (гр)	16
Угол АВС (гр)	74

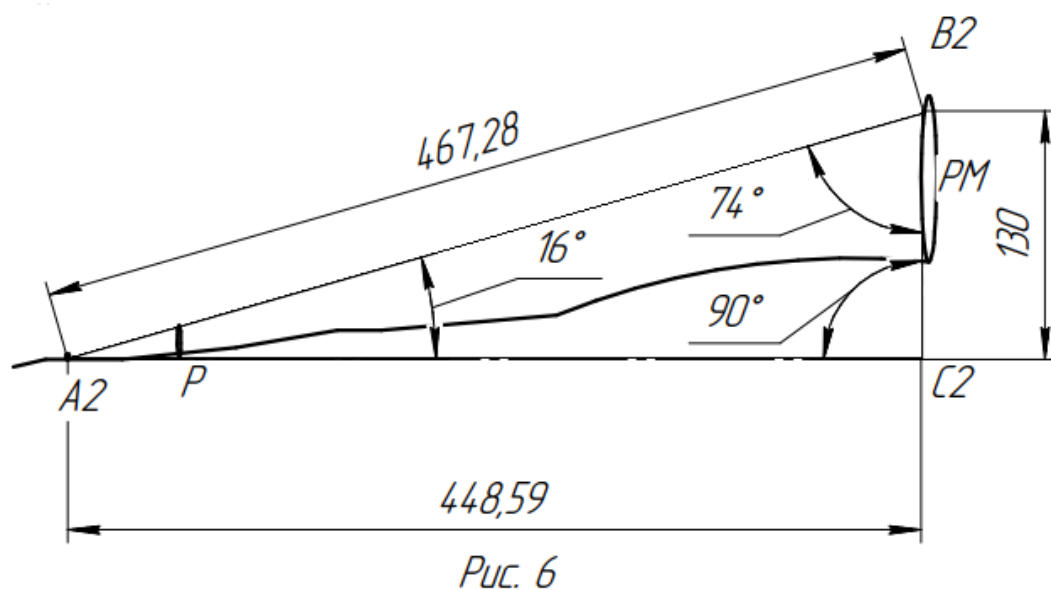
Далее я перенес точку обзора с точки А на точку А2. Находясь на этой локации (окончание лестницы между «Аллеей тополей» и площадью «Стоявших насмерть») в зоне видимости появляется скульптура солдата на фоне скульптуры «Родина-мать зовет».

Переместил треугольник ABC из рис. 4 таким образом, что его вершина А совпала с точкой А2. Результат этого действия вы видите на рис. 5.



Сторона АВ по прежнему совпадает с линией взгляда человека и проходит через верхние точки скульптуры солдата (Р) и «Родины-мать» (РМ). Что соответствует как раз возможности видеть оба памятника, но скульптура солдата видна не в полный рост и не закрывает собой скульптуру «Родины-Мать».

Передвинув сторону ВС таким образом, что вершиной треугольника так же как и в предыдущем случае будет точка пересечения линии взгляда и статуи Родина-мать (РМ), получаю новый треугольник А2В2С2.



Измерил длины сторон и углов и занес данные в таблицу.

Результаты измерений сторон и углов треугольника A2B2C2

Объект	Значение
Сторона A2B2, м	467,28
Сторона B2C2, м	130
Сторона A2C2, м	448,59
Угол B2A2C2 (гр)	16
Угол A2B2C2 (гр)	74

Найдя отношения соответствующих сторон треугольника, я выяснил что:

$$AB/A2B2=BC/B2C2=AC/A2C2=1,07$$

$$\text{Углы } BAC=B2A2C2; \text{ } ABC=A2B2C2$$

На основании расчетов можно утверждать, что треугольники ABC и A2B2C2 подобны:

- ✓ Два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника – первый признак подобия треугольников;
- ✓ Три стороны треугольника ABC пропорциональны сторонам треугольника A2B2C2;

Так как угол зрения человека не меняется и все треугольники мы строим с прямым углом, то все треугольники, которые мы будем дальше строить для расчета, так же будут подобными между собой. Значит, зная высоту интересующих меня скульптур, я могу рассчитать, на каком расстоянии от скульптуры солдата будет стоять человек, чтобы согласно замыслу архитектора, эта скульптура полностью закрывала собой скульптуру «Родины-мать».

Для этого я построил 2 треугольника:

Для построения 1 треугольника A3B3C3 я перенес треугольник A2B2C2 таким образом, чтобы сторона A2B2 проходила через точку P1 (чуть выше центра скульптуры солдата, на высоте 8.43 м от основания скульптуры) и PM1 – верхняя точка скульптуры «Родина-мать зовет». Совместив вершину A2 с точкой пересечения проекции мемориала (вершина A3). Затем построил

прямую, проходящую через точку РМ1, параллельную стороне В2С2. Таким образом, у меня получился треугольник с вершинами А3, В3, С3.

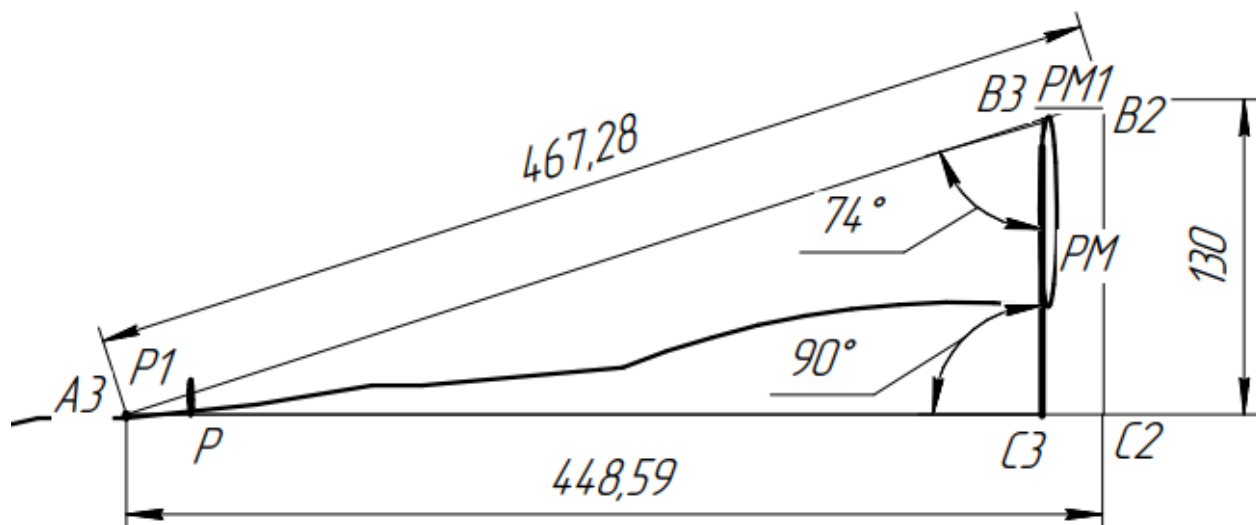


Рис. 7

Измерил величины сторон В3С3, А3С3. Результаты измерений представлены в таблице.

Таблица 6.

Результаты измерений сторон треугольника А3В3С3

Объект	Значение
Сторона В3С3, м	121,49
Сторона А3С3, м	419,24

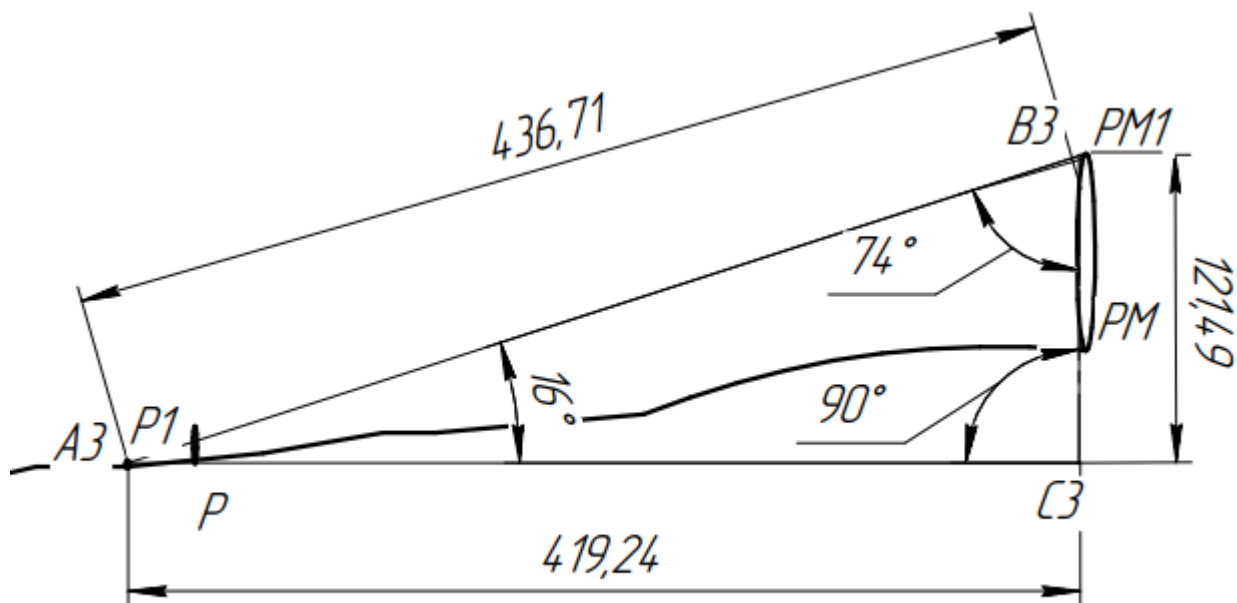


Рис. 8

Из точки P1 провел отрезок, параллельный стороне ВЗСЗ. Получился треугольник АЗР1С4.

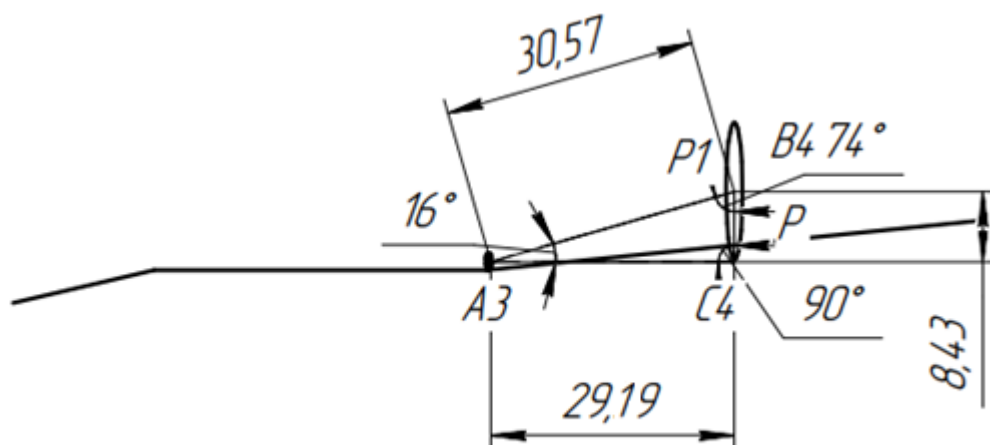


Рис. 9

Треугольник АЗР1С4 подобен треугольнику АЗВЗСЗ (два угла равны). Соответственно, отношения сторон так же будут равны. Зная длину сторон ВЗСЗ и АЗСЗ первого треугольника и стороны Р1С4 второго треугольника, я могу вычислить длину стороны АЗС4. Длина этой стороны и является расстоянием, на котором должен находиться человек, чтобы статуя солдата полностью закрыла собой статую «Родины-мать».

$$K=121,49/8,43=14,41$$

$$АЗС4 = 419,24/14,41= 29,19$$

Таким образом, для того, чтобы скульптура солдата полностью закрыла скульптуру «Родина-мать», человек должен стоять примерно на расстоянии 29 – 30 м от скульптуры солдата. Эта точка соответствует точке начала площади «Стоявшим насмерть». И действительно, именно находясь в начале площади «Стоявшим насмерть», проявляется эффект того, что солдат полностью закрывает собой Родину-мать.

ВЫВОДЫ

Проведенная мной исследовательская работа позволила мне сделать следующие выводы:

в архитектуре используются математические понятия, законы и свойства фигур. Я убедился, что при расчете расположения скульптур памятника-ансамбля «Героям Сталинградской битвы» на Мамаевом кургане использовались свойства подобия треугольников для достижения необходимых эффектов при обзоре комплекса.

Для достижения цели проекта я изучил:

- историю, идею создания и основные объекты памятника-ансамбля «Героям Сталинградской битвы»;
- определение подобия треугольников, свойства подобия треугольников;
- построил чертеж в боковой проекции Памятника-ансамбля «Героям Сталинградской битвы» на Мамаевом Кургане;
- сделал расчеты и проверил на практике применение подобия треугольников для расчета расположения скульптур «Стоять насмерть!» и «Родина-мать зовет!» относительно друг друга

Моя гипотеза подтвердилась: с помощью подобных треугольников я смог обосновать архитектурное строение комплекса.

Использованная литература:

1. Топографическая карта района <https://ru-ru.topographic-map.com/>
2. Интернет сайт Мемориального комплекса «Героям Сталинградской битвы» на Мамаевом Кургане <https://mamaev-hill.ru/>
3. Официальный сайт музея заповедника «Сталинградская битва» <https://stalingrad-battle.ru/>
4. Российская электронная школа <https://resh.edu.ru/>

Приложение.

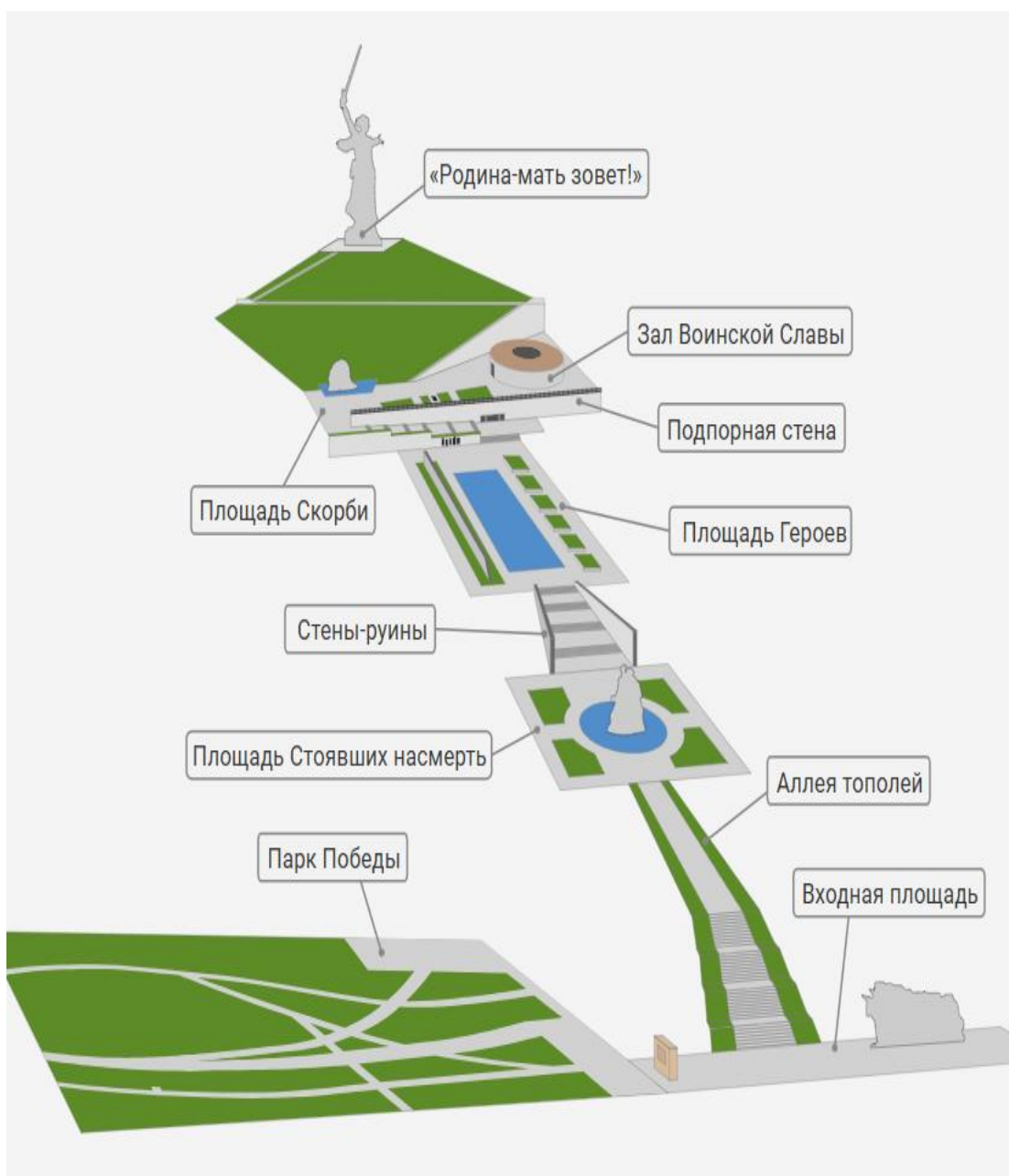


Рис.1. Схема мемориального комплекса «Героям Сталинградской битвы» на Мамаевом Кургане

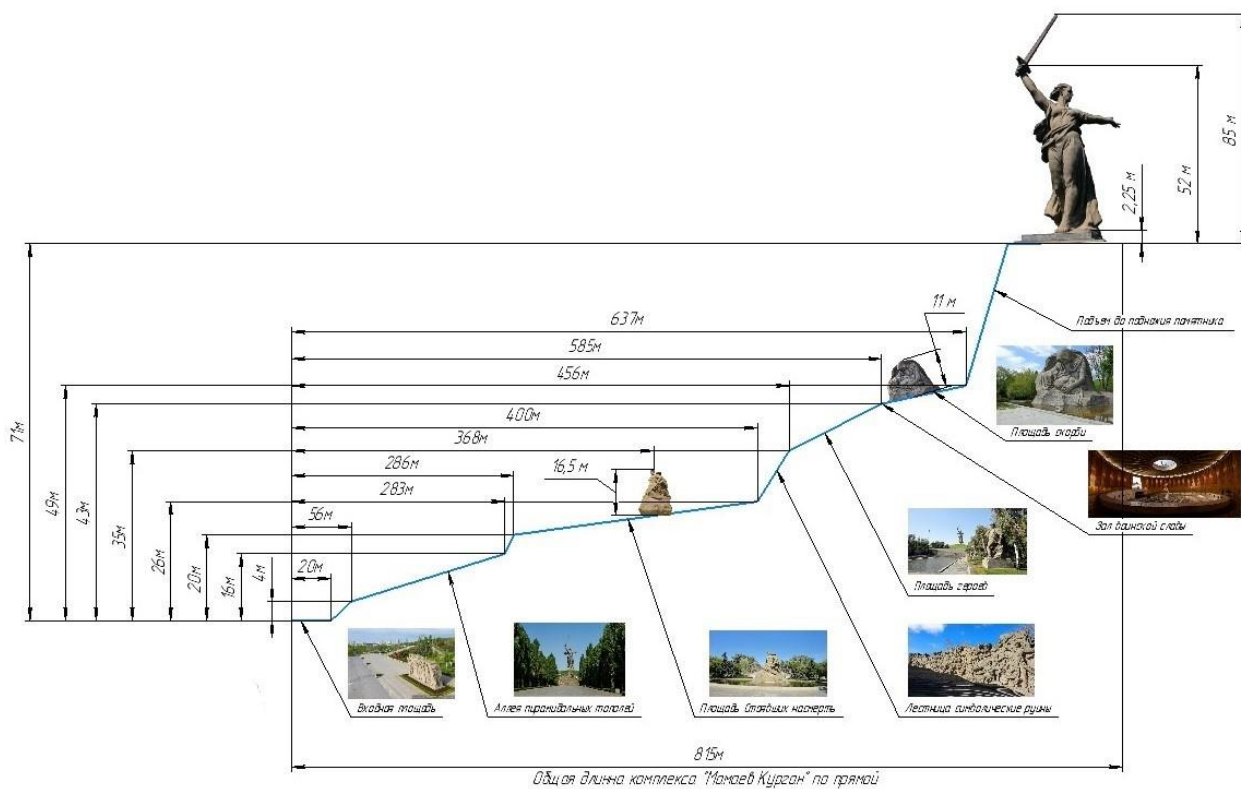


Рис. 2 Боковая проекция мемориального комплекса «Героям Сталинградской битвы» на Мамаевом Кургане.

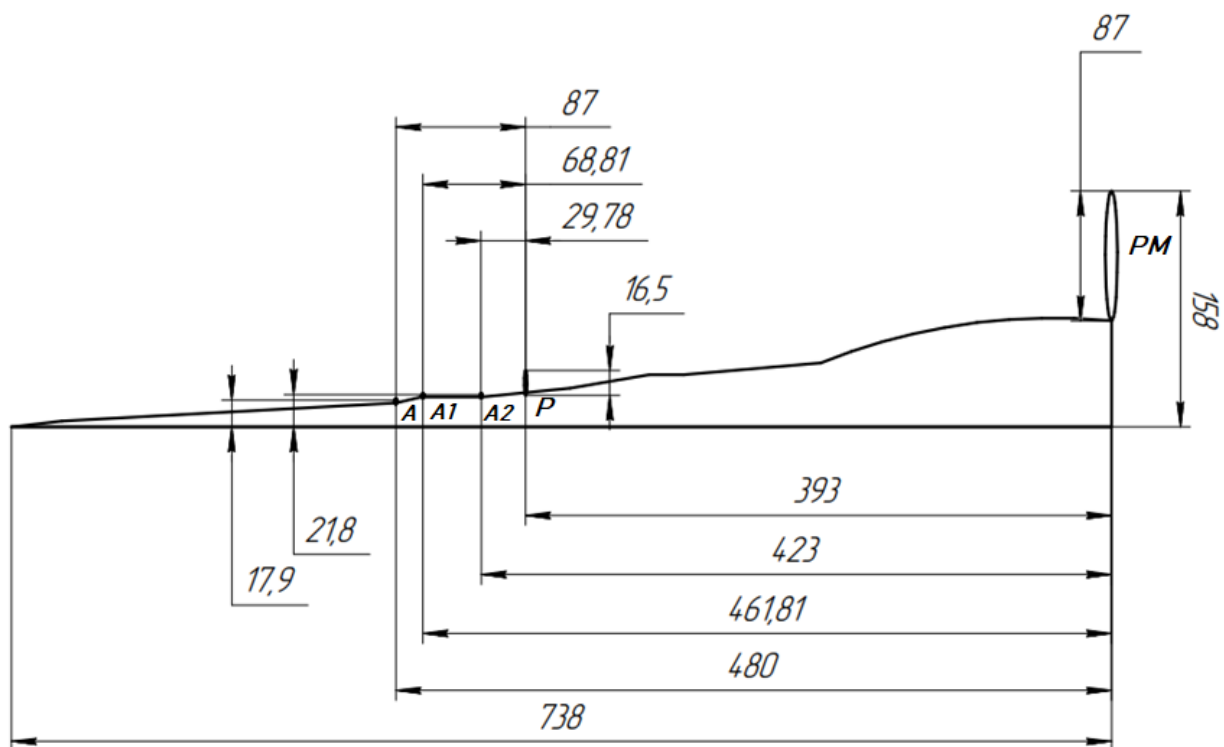


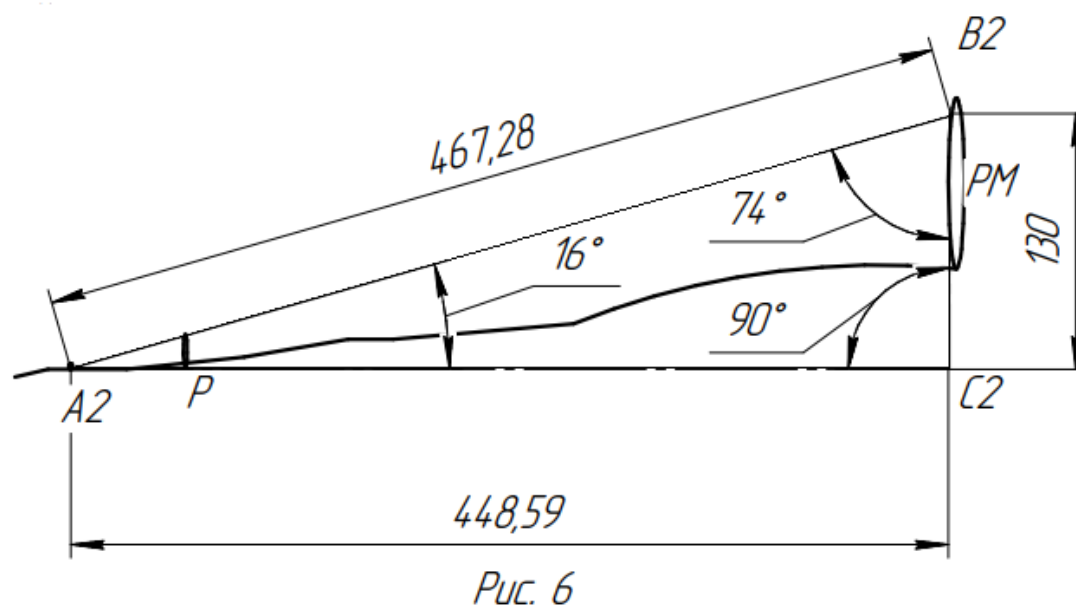
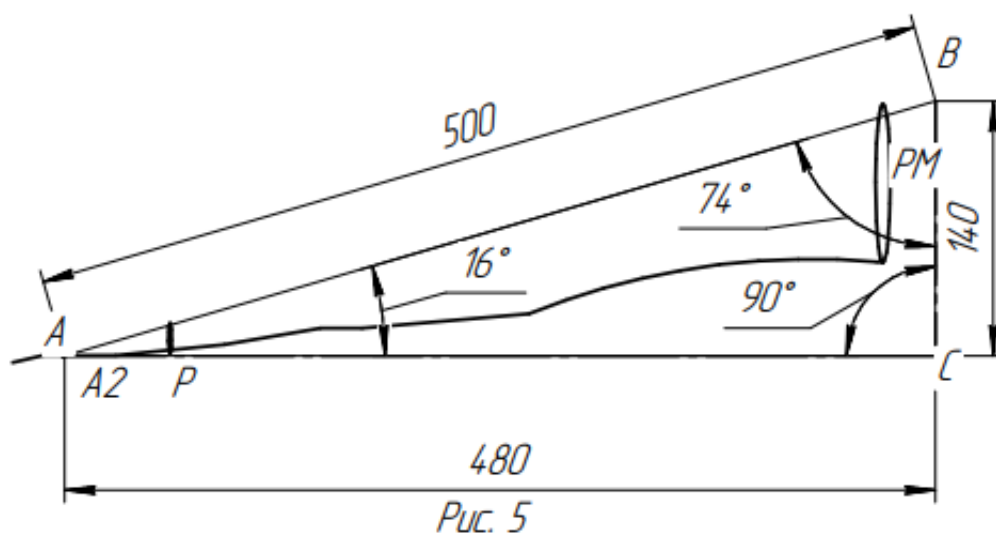
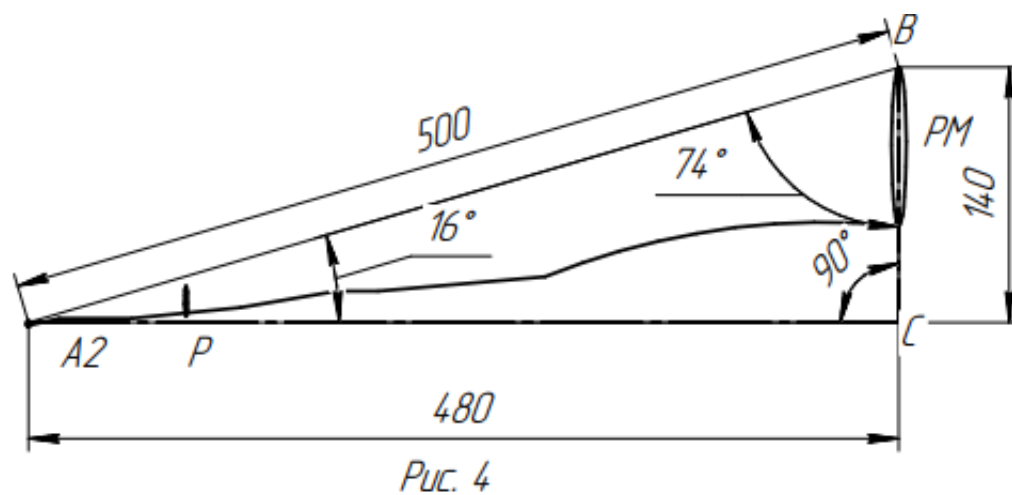
Рис. 3 Упрощенная боковая проекция Памятника-ансамбля с основными объектами.

A, A1, A2 – точки обзора

P- скульптура солдата на площади «Стоявшим насмерть»

PM – скульптура «Родина-Мать зовет»

Этапы расчетов:



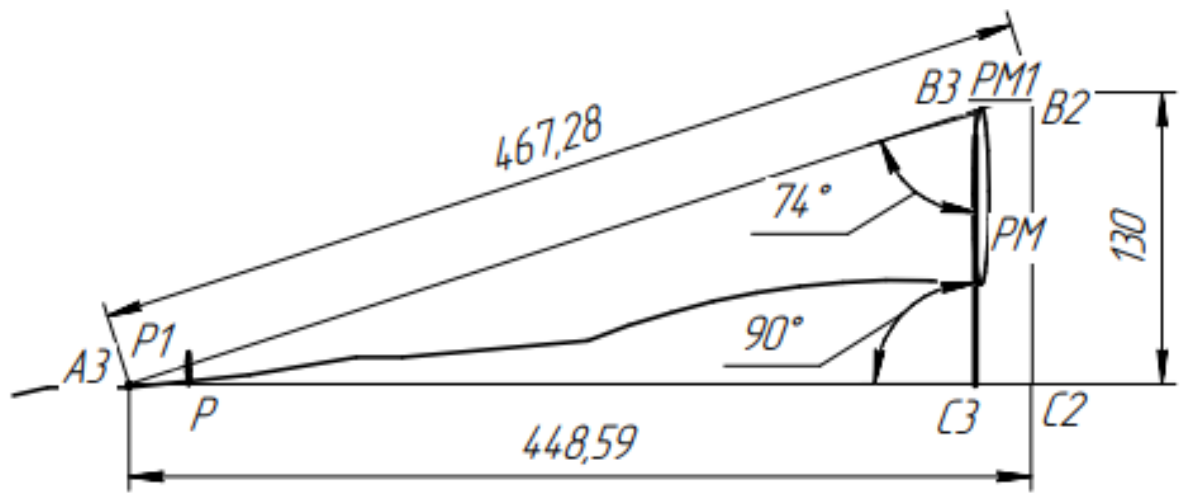


Рис. 7

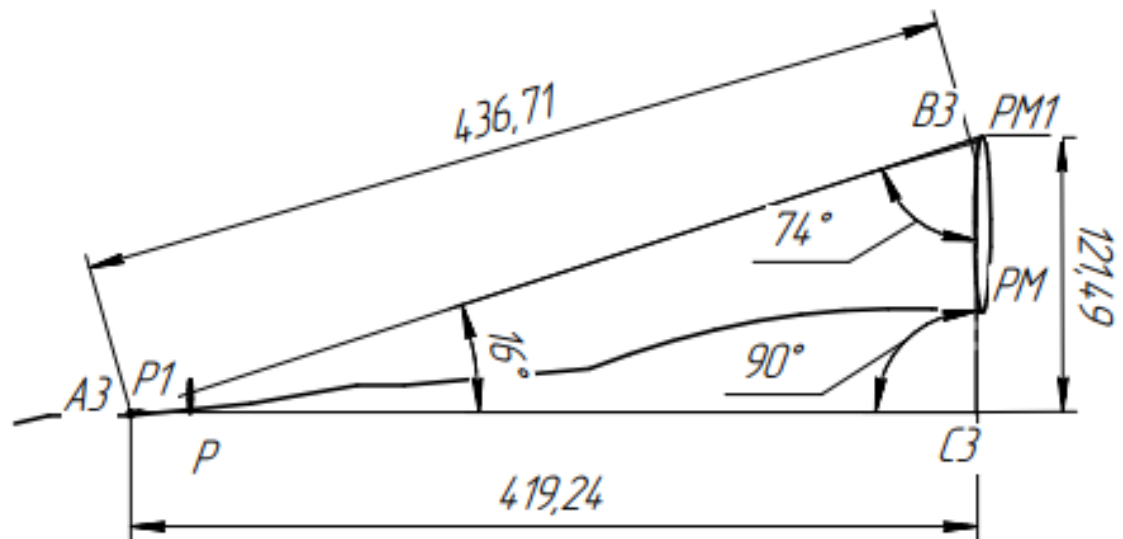


Рис. 8

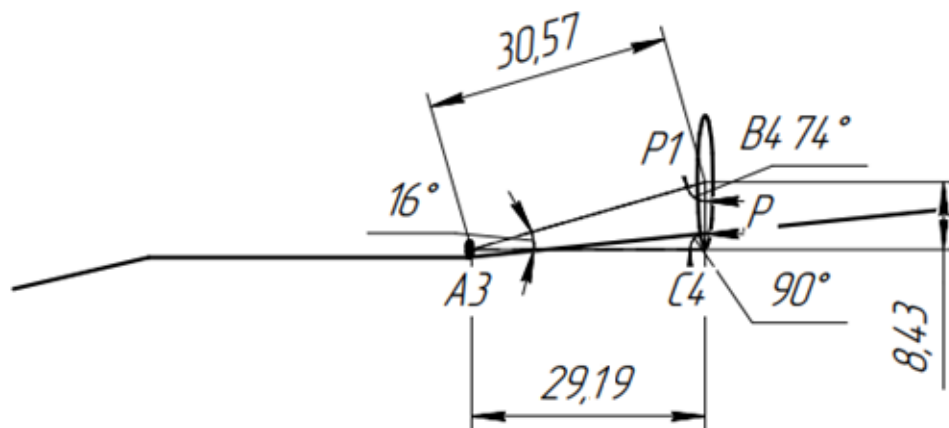


Рис. 9



Рис. 10 Макет мемориального комплекса «Героям Сталинградской битвы» на Мамаевом Кургане