V Международная конференция учащихся

«НАУЧНО-ТВОРЧЕСКИЙ ФОРУМ»

Предмет

Математика

Научно-исследовательская работа

Тема:

«Математические игры прошлых столетий»

Авторы:

Балухтин Тимур Владимирович

Емельянов Константин Сергеевич,
9 информационно-математический класс,

ГБОУ «Брянский городской лицей №1

имени А.С. Пушкина», Россия, г. Брянск

Руководитель:

Ефремова Любовь Ивановна,

учитель математики

ГБОУ «Брянский городской лицей №1

имени А.С. Пушкина», Россия, г. Брянск

Контактный телефон: ***8-910-338-34-01***
Электронный адрес: ***lubov-efrem@yandex.ru***

2023-2024 учебный год

Содержание

I.Введение

Актуальность. В настоящее время многие дети и взрослые играют в разные компьютерные игры, которых очень много. Некоторые из них пропагандируют жестокость и насилие, что плохо влияет на психику и здоровье человека. Поэтому тема исследования «Математические игры прошлых столетий» появилась не случайно. Нас заинтересовал вопрос о том, в какие игры играли наши предки, например, люди, жившие два века тому назад, когда не было компьютеров, мобильных телефонов, радио, телевидения и т.д. Поэтому мы решили заняться этим вопросом вплотную, ведь сам играющий, приступая к играм, иногда не преследует определенной цели, но многие игры, в конце концов, преследуют некоторую цель.

«Математической» игрой называют такую игру, которая в своём процессе требует умственной деятельности и применения методов и умозаключений, употребляемых в математике. Математический характер игры будет тем полнее, чем больше преобладают в ней математические рассуждения и правила.[1, 6]

Сущность математической игры легче всего выясняется на примере. Возьмём игру **«ним»**. Эта простая игра имеет сравнительно простую теорию, которую можно изложить, не пользуясь математическими символами, хотя теория эта носит чисто математический характер. Эта же теория показывает, что существует способ, наверняка ведущий к выигрышу; причём начинающую игру первым же ходом может обеспечить за собой победу. Знание одним игроком этой теории даёт ему такое превосходство перед своим, хотя бы опытным противником, какое имеет европейское войско, вооружённое по последнему слову техники, по сравнению с толпой дикарей, вооружённой луками и стрелами. Если оба игрока знают математическую теорию игры и безошибочно играют, то исход игры зависит, лишь от начального положения, и тем самым она приобретает уже характер игры на «счастье»…. [1, 6-7] В качестве игры, «ним» может прельщать нас лишь до тех пор, пока мы не знаем её математической теории; но интерес, который она вызывает, заключается именно в её остроумной математической теории. Следует заметить, что с математической точки зрения наибольший интерес представляют задачи сравнительно несложные. Для сложных игр, среди которых, по своему образовательному значению, первое место занимает шахматная игра, трудно, да едва ли и возможно, найти исчерпывающую теорию, охватывающую все частные случаи.

Цель исследования: изучить и сконструировать наиболее популярные математические игры прошлых столетий.

Объект исследования: игры.

Предмет исследования: математические игры прошлых столетий.

Гипотеза: знание выигрышных стратегий математических игр всегда приведет к победе или ничьей; математические игры способствуют развитию памяти, логического мышления, выбору верного решения в играх и жизненных ситуациях.

Задачи исследования:

- изучить литературу по теме исследования;
- изучить правила математических игр: прыганье взапуски, «15»,солитер, башня Люка;
- научиться играть в эти математические игры;
- изготовить модели наиболее популярных математических игр прошлых столетий: игру в пятнадцать, солитер и башню Люка;
- провести социологический опрос среди одноклассников на предмет информированности обучающихся о математических играх прошлых столетий;
- провести практическое занятие в младших классах.

Методы исследования: сравнение, анализ и синтез (при изучении литературы по данной проблеме); анкетирование и опрос (при изучении актуальности проблемы); поиск, наблюдение, дедукция (чтобы из большого числа игр выбрать те, которые нам больше подойдут), математический (для правильного воспроизведения наиболее популярных «классических» игр прошлых столетий), аналитическое обобщение (где на основе различных мнений, мы делаем собственные выводы) .

II.Основная часть

2.1. Математические игры прошлых столетий

2.1.1.Прыганье взапуски

Начнем с простой игры: лицо «А» называет какое-нибудь число, не превышающее 10; его партнер «В» называет большее число, отличающееся от первого не менее, чем на 1 и не более, чем на 10. Затем «А» снова называет число, которое превышает второе не менее, чем на 1 и не более, чем на 10, и т.д. Выигравшим считается тот, кто первый назовёт число 100. Всегда ли это возможно, то кто выигрывает и каким образом?

Нагляднее эту игру можно представить следующим образом. Два мальчика «А» и «В», из которых каждый может прыгнуть на расстояние не свыше 10 футов, сговорились поочередными прыжками пройти путь в 100футов, соблюдая следующие условия: каждый прыжок не может быть меньше одного фута; мальчик «А» начинает игру; «В» прыгает с того места, на которое прыгнул «А» и т.д.

Действительно, если, например, «А» достигнет 89-го фута, то расстояние, отделяющее его противника «В» от конечной цели, превосходит величину наибольшего прыжка 10футов. Получаем ряд чисел: 100,89, 78,….., 34, 23, 12,1. На эти-то числа, разделённые промежутком в 11, должен становиться, желающий выиграть. Выиграть, возможно, и выигрывает тот, кто начинает игру. В первый прыжок он должен пройти 1 фут, следующий - попасть на 12-й, затем на 23-й, 34-й……. 78-й, 89-й, и наконец, на 100-й.

Очевидно, эта игра может быть видоизменена: можно, например, взять иную длину пути, или же иные численные значения для максимальных или минимальных прыжков (в нашем случае 10+1=11). Если длина пути случайно окажется кратным упомянутого промежутка, то выигрыш будет обеспечен уже не за первым «А», а за вторым «Б» игроком. Например, если длина пути равна 99 футам, а остальные условия прежние, то, как бы первый игрок не начинал,

Второй первым прыжком может попасть на 11, вторым на 22…, девятым на 99 и, следовательно, должен выиграть. [1, 12-13]

2.1.2. Игра в пятнадцать

1) История и описание игры.

В восьмидесятых годах XIX века получила широкое распространение

«игра в пятнадцать». Впервые эта игра появилась в Америке в 1878 г. Говорят, Лорд Сэмюэль (фото 1), её остроумный изобретатель был известен в шахматном мире, как выдающийся составитель задач. Сразу же после появления игра распространилась во всех цивилизованных странах Европы, под названием: «Fifteen Puzzle» (игра в 15).

Фото 1.

В первый же год в нее играли с большим азартом; никакая игра до той поры не пользовалась подобным успехом. Говорят, в Гамбурге даже у пассажиров дилижансов можно было видеть небольшие ящики с пятнадцатью шашками. Хозяева торговых контор приходили в отчаяние от увлечения служащих этой игрой и принуждены были вывесить аншлаги с запрещением её в рабочие часы. Устраивались турниры этой игры и т.п. Даже в зале рейхстага можно было видеть депутатов, которые, слушая речи, одновременно развлекались этой игрой.

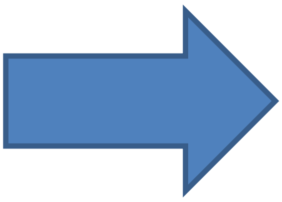


Фото 2

Игра состоит в следующем: пятнадцать квадратных шашек, занумерованных цифрами от 1 до 15, расположены в произвольном порядке в квадратной коробке. 16-е место ящичка остается свободным. Требуется последовательным передвиганием шашек на пустое место с мест смежных, расположить их в нормальном порядке (фото 2). Стоит отметить, что во многих случаях невозможно достигнуть «нормального» расположения шашек; в таких случаях будем называть задачу «неразрешимой».

2) Решение задачи.

Возьмем случайное расположение шашек, и попытаемся, посредством передвиганий, получить их нормальное расположение.

Наиболее неблагоприятным является расположение шашек, когда камень 3 находится на месте 4, а камень 4 – на месте 3. Пусть наше восьми клеточное поле двух последних столбцов имеет расположение, указанное на **фото 3**.

Фото 3. Если все пять шашек шести клеточного поля – дважды, пятую шашку даже трижды передвинуть против часовой стрелки, можно перейти к следующему расположению **(фото 4).**

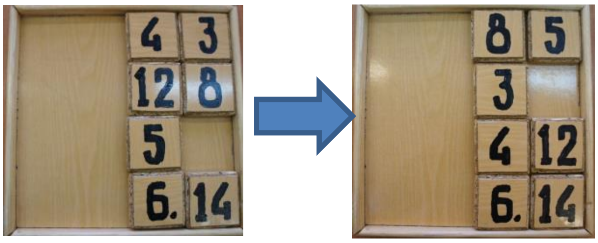


Фото 4

Фото 5

Передвижением шашек, находящихся в 4-х средних клетках, легко перейти к другому расположению **(фото 5).**

Теперь передвинем все пять шашек верхнего шести клеточного поля по направлению движения часовой стрелки так, чтобы шашка 4 оказалась на месте 3. Получим следующее расположение **(фото 6).**

Фото 6

Далее, сделав 3 передвижения шашек, поставим камни «3» и «4» на свои места. Следовательно, первая строчка ящичка приведена в нормальный порядок, и мы ее больше трогать не будем. Лишь сочетанием передвижений пяти шашек в верхнем шести клеточном поле и трёх шашек в среднем четырех клеточном поле, возможно, было достичь существенных изменений в расположении камней. Если ограничиться исключительно четыре клеточным полем, то, после всех возможных ходов, картина по существу осталась бы прежняя. Таким же путем можно привести в нормальный порядок и вторую строку.

3) Математическая теория игры.

Чтобы узнать, можно ли привести комбинацию шашек к нормальному расположению, нужно посчитать общую сумму инверсий шашек. **Инверсии** – это количество шашек, которые стоят после определённой шашки, но при нормальном расположении должны стоять перед ней. [2]

Необходимым и достаточным условием для того, чтобы от данного расположения камней со свободным местом 16 можно перейти к «нормальному», является то, чтобы **общее число всех инверсий данного расположения было четным (рис.7). [2]**

Рис.7

Горизонтальное передвижение камня **не изменяет** общего числа инверсий, в**ертикальное – изменяет его на нечетное число** (на 1 или на 3).*Число ходов, необходимое для перехода от одного расположения к другому с той же самой свободной клеткой, должно быть четным; и, очевидно, число горизонтальных ходов, как и вертикальных, взятое само по себе, также должно быть четным.* Расположения, при которых задача становиться неразрешимой, могут объяснить тот исключительный интерес, который «игра в пятнадцать» вызвала при своем появлении. Игрок, которому более или менее легко давались «разрешимые» случаи, не теории игры, думал, что и в других случаях, при настойчивости и усердии, он, в конце концов, решит задачу. [2]

2.1.3.Солитер

1) Правила игры. Обозначения.

Фото 8

Игра «Солитер» собой представляет игральную доску с 33 отверстиями, в которые можно вставлять колышки или шарики **(фото 8).** О происхождении этой игры нет достоверных сведений. Однако она упоминается в летописи, найденной в Лейпциге в 1710 г. Экземпляр этой игры был найден в одной из коллекций, причем на крышке был изображен её предполагаемый изобретатель – отшельник, погруженный в эту игру. Каждому отверстию соответствуют две цифры: первая показывает, в каком вертикальном ряду или столбце оно находится (столбцы считаются слева направо); вторая показывает, в каком горизонтальном ряду или строке находится отверстие, причем строки считаются снизу вверх.

Правило игры.

фото 9

Если положение колышков в отверстиях такое же, как на **фото 9,** то колышек из отверстия справа переносится в пустое отверстие, а колышек, примыкающий к отверстию, убирается. **Ход** – это процесс изъятия и перенесения колышка из одной клетки в другую. Если

Фото 10

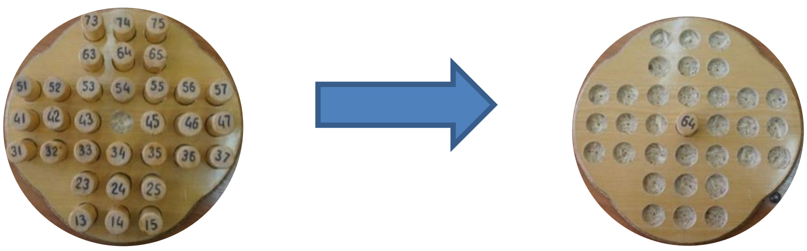


Фото 11

отверстие 44 пустое, то возможен один из следующих ходов: 24-44,46-44,64-

44,42-44 **(фото 10).**

Цель игры

Необходимо вынуть из отверстий все колышки, за исключением одного. Пустое отверстие вначале, а также отверстие, в котором должен оказаться колышек в конце, задаются заранее **(фото11)**

2)Задача с незаполненной доской.

Вначале могут быть заполнены не все 32 отверстия, а только часть игральной доски. Рассмотрим несколько задач, в которых только часть игральной доски занята.

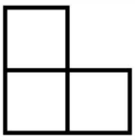
Крест из 9 колышков. Конечное отверстие 44.

Фото 12 Решение:43-41,45-43,24-44, 44-42, 64-44, 41-43, 43-45, 46-44.

Треугольник (фото 12).Решение:53-55, 55-35,33-53, 63-43,44-42,35-33, 33-46, 42-44.

Пирамида. Решение:55-53,74-54, 53-55, 55-57, 57-37, 35-33, 14-34, 33-35, 36-56, 44-46, 56-36, 25-45, 37-35, 35-55, 65-45.

Само собой разумеется, что не все подобные задачи разрешимы. Например, когда вначале заполнены колышками лишь 3 клетки, в положении, указанном



на **рис.13.** При первой же попытке решить эту задачу легко убедится, что где бы ни была расположена фигура, удается удалить один колышек, и к концу игры останутся ещё два. [4]

Рис.13

3) Задача с заполненной доской.

Все 32 колышка находятся на доске, причем любое произвольно выбранное отверстие остается свободным – будем называть его **«начальным».** Требуется последовательно удалить все колышки, за исключением одного; само отверстие, в котором должен оказаться этот последний, указано заранее. Отверстие это будем называть **«конечным». Например**, начальное отверстие -44, конечное - 44.Решение: 64-44, 56-54, 44-64, 52-54, 73-53, 75-73, 43-63, 73-53, 54-52, 35-55,65-45, 15-35, 45-25,37-35, 57-37,34-36,37-35, 25-45, 46-44, 23-43, 31-33, 43-23, 51-31, 52-32,31-33, 14-34,34-32, 13-33, 32-34, 34-54, 64-44. [1,31]

4) Теория игры

Конгруэнтные клетки – это две клетки, от одной из них можно перейти к другой путем одного или нескольких «перепрыгиваний» через две промежуточные в горизонтальном и вертикальном направлениях. Например, клетки 14 и 44 конгруэнтны (**рис.14**). **Необходимое и достаточное условие решения основной задачи: конгруэнтность начальной и конечной клетки. [4]**

Рис.14.

Игровое поле при вращении на один или несколько прямых углов совпадает само с собой, симметрично относительно средней вертикальной и горизонтальной линий (рис.15).

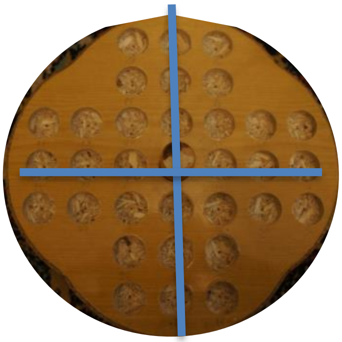


Рис.15

Эквивалентные клетки – это клетки, совпадающие при наложении и вращении. *В результате получаются следующие группы эквивалентных клеток* (рис.16). **[3]**

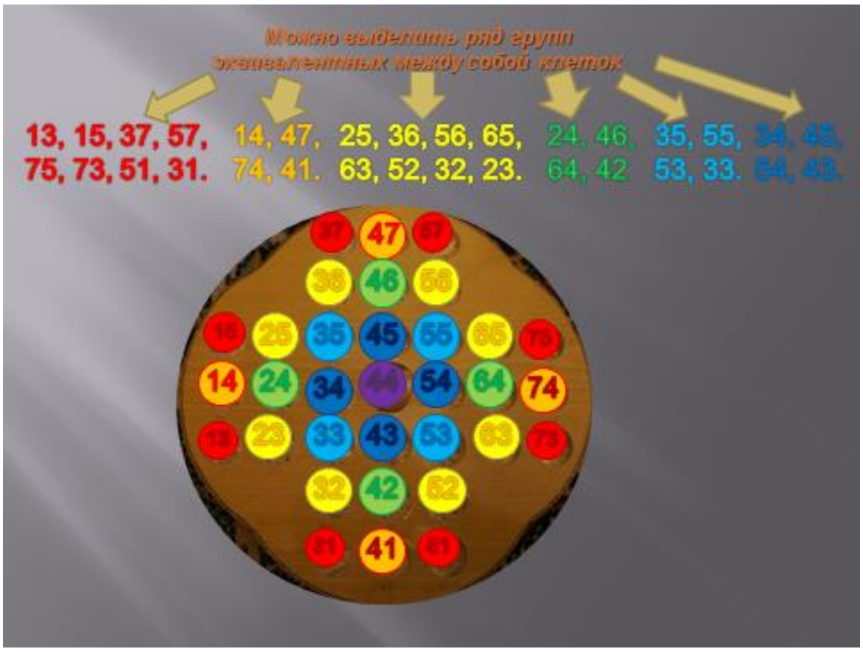


Рис.16.

1)13,15,37,57,75,73,51,31; 2) 14,47,74,41;

3) 25,36,56,65,63,52,32,23; 4) 24,46,64,42;

5)35,55,53,33; 6) 34,45,54,43; 7) 44.

Имея решение задачи с начальным отверстием ***а*** и конечным ***в***, сразу же можно получить решение задачи с начальным отверстием ***в*** и конечным – ***а***.

Можем убедиться в справедливости сказанного на примере более простой доски **(рис.16).** Пусть А- начальное отверстие, Е – конечное, тогда решение основной задачи: Е - А, D - В, А - Е. Если напишем ходы в обратном порядке,

	D	
	C	
E	**B**	**A**

Рис.17.

Получим решение следующего случая основной задачи: Е - начальное отверстие, А – конечное. **Две задачи, у которых начальные и конечные отверстия заменены одно другим, называются «сопряженными».** [1,36]

Если начальное и конечное отверстия совпадают, то это отверстие принадлежит к одной из семи групп эквивалентных клеток. *Таким образом, можно сказать, что основная задача, при одинаковых начальных и конечных условиях, для всех 33 клеток может считаться исчерпанной.* **(Смотреть примеры в приложении 1)**

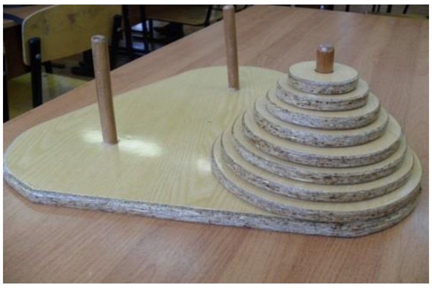
Остаются случаи, когда начальные и отверстия различны. При этом, повторяем, решения для таких задач существуют лишь тогда, когда указанные отверстия «конгруэнтны». Например, группы 2 и 7 образуют совокупность такого рода, что, если принять начальное отверстие одну из клеток этой совокупности, то необходимо и за конечное взять клетку той же совокупности, - иначе основная задача не будет разрешима. **(Смотреть примеры в приложении 2)**

2.1.4.Башня Люка или Ханойская башня

Фото 18

Известную игру «Ханойская башня» придумал французский математик Эдуард Люка (фото 18). В 1883 году её продавали как забавную игрушку. *Игра, состоит из доски с тремя вертикально вставленными в неё палочками; на одной из них нанизаны пирамидально одна на другую несколько круглых пластинок различной величины* ***(фото 19).***

Игра заключается в том, что требуется перенести все пластинки на одну из свободных палочек, причем одним «ходом» можно переносить лишь одну пластинку, имея право накладывать её только на большую, но никак не меньшую, ранее перенесенную. [3]



Цели нужно достигнуть, возможно, меньшим числом ходов, избегая ненужных перенесений.

Задача с двумя пластинками

Пусть А– палочка, где находятся кольца, В - дополнительная палочка, С – палочка, куда должны

Фото 19

быть перенесены кольца, 1 – маленькая пластинка, 2 – большая пластинка.

Если же взять три пластинки, то прежде, чем трогать самую большую пластинку 3, необходимо перенести пластинки 1 и 2 на палочку В. Это достигается тремя перемещениями :1 А-С, 2 А-В, 1 С - В. Затем, переносим пл. 3 с А на С; теперь уже остаётся перенести пл. 1 – и 2 с В на С, что опять достигается тремя перенесениями (1 В-А, 2 В-С, 1 А-С. При трёх пластинках необходимо 7 перенесений **(рис.20).**

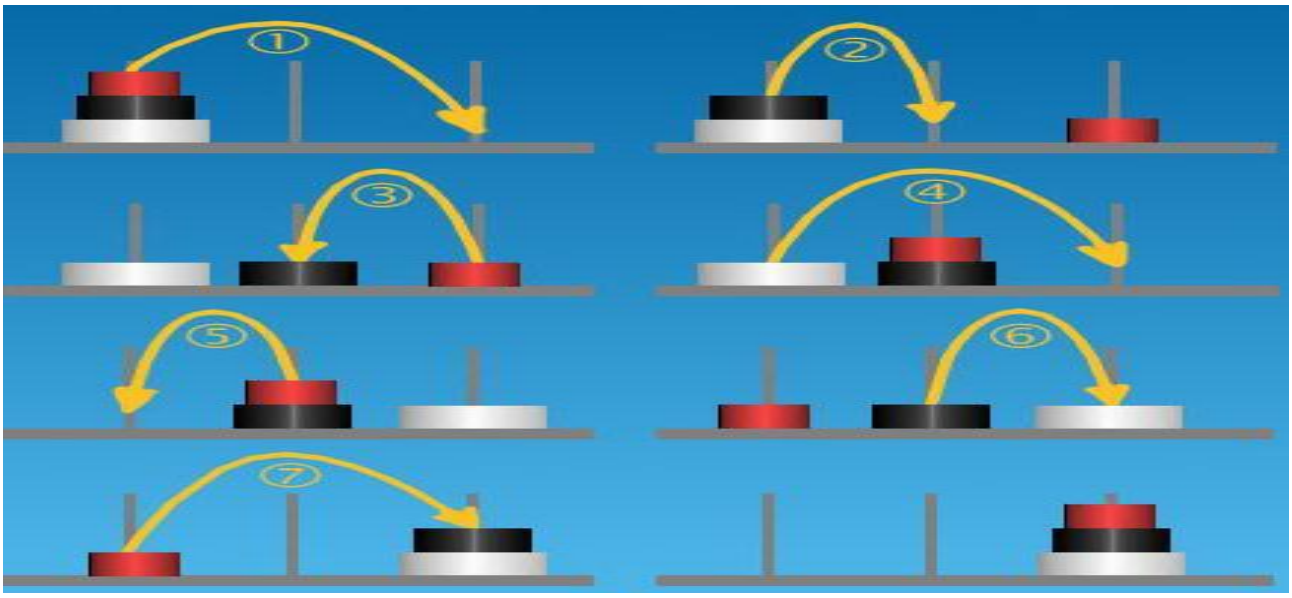


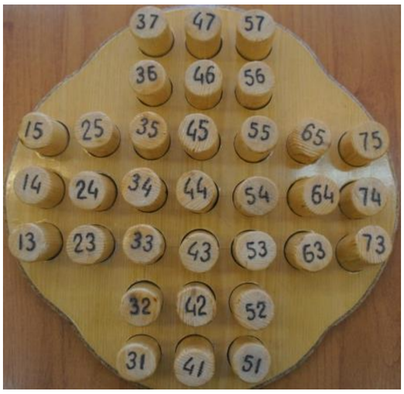
Рис.20

При каждом увеличении числа пластинок на одну, палочки В и С меняются ролями. **При нечетном числе пластинок игра начинается с переноса меньшей пластинки на конечную палочку, а при четном числе пластинок – на вспомогательную[1, 50].** Число необходимых перекладываний выражается формулой $2^n - 1$ (где n – число колец).

2.2. Практическая работа по изготовлению моделей наиболее

популярных математических игр прошлых столетий.

Для наглядности нам нужно было самим сделать модели трех игр: пятнашки, солитер и башню Люка, так как в магазине такого не купишь. Это была очень трудоемкая работа, помогали родители. Мы использовали дерево и строительную древесную плиту. Цифры писали черной краской.



Игра в пятнадцать **Солитер** **Башня Люка**

Далее мы провели практическое занятие в младших классах. Познавательный интерес был налицо. (Смотреть фото)

2.3. Результаты социологического опроса

Чтобы выяснить насколько, наши одноклассники информированы о математических играх прошлых столетий, мы решили провести социологический опрос. Было задано три вопроса. **(Смотреть диаграммы)**

Нашим одноклассникам совсем незнакомы игры: солитер и прыганье взапуски. Наиболее популярной является игра «в пятнадцать», о которой многие слышали, играли, и некоторые даже имеют дома настольные или карманные коробочки. Информация о таких играх, как башня Люка, меледа и ним, была очень расплывчатой, неконкретной, что дает нам право сделать вывод о том, что ребята имеют представление об этих играх, но не владеют конкретной информацией о правилах игры. В целом, анкетирование показало, что многие не знают или знают немного о математических играх, значит, потребность в исследовании действительно существует.

III. Заключение

Подводя итоги исследования, следует отметить, что лучшие игры – это те, которые не только развлекают, но и тренируют мозг. Они могут объединять участников как одного возраста, так и разных, а потому подходят и для времяпрепровождения большой компании, и для семейного досуга. К тому же они позволяют прочувствовать радость соперничества и победы, не зря они известны с давних времен. Такое времяпровождение – мощная тренировка сразу для нескольких способностей человека: логических, аналитических и дедуктивных, образного мышления, концентрации. Доказанный факт, что люди, с детства занимающиеся шахматами либо похожими играми, в зрелом возрасте гораздо сообразительнее своих сверстников.

В результате исследования мы познакомились с четырьмя играми прошлых столетий: прыганье взапуски, игра в пятнадцать (19 век), солитер (18 век) и башня Люка (19 век). Изготовили модели трех последних игр. Это было очень интересно и одновременно трудно, так как эти игры отличаются от тех, которые есть в каждом телефоне. Коснулись кратко истории игры и ее описания. Рассмотрели теории игр, в том числе математические и сделали много фото для наглядности, чтобы любому читателю была понятна суть игры.

Еще наши игры мы апробировали на семиклассниках внеурочное время. Все обучающиеся без исключения, проявили к этой теме огромный интерес. Мы не только излагали теорию вопроса с помощью презентации, но и разрешали ребятам поиграть в эти игры. Они даже не хотели уходить домой, не слышали звонка, игра затягивала, и некоторые ребята спрашивали разрешения поиграть в другой раз.

Гипотеза мы считаем, что подтвердилась, потому что, если твой соперник не знает тонкостей игры, то проиграет. Например, в игре «Башня Люка» нужно знать, куда надо переносить меньшую пластинку в начале игры при нечетном (четном) числе пластинок на конечную палочку или на вспомогательную.

Таким образом, необходимо развивать познавательный интерес к математическим «классическим» играм с целью живого общения друг с другом. Поэтому мы предлагаем использовать математические игры как развивающий досуг для молодежи.

IV. Список источников информации

[1] Аренс В. «Математические игры и развлечения». Издательство «Петроград». Ленинград-Москва, 1924 - 135 с.

[2] Успенский Я. В. «Избранные математические развлечения» — Сеятель, 1924.

[3] Кордемский Б. А. «Математическая смекалка» — М.: ГИФМЛ, 1958. — 576 с.

[4] Гарднер М. «Математические досуги» — М.: Мир, 1972.

V. Приложения

Приложение 1

Игра «Солитер». Примеры задач, когда совпадают конечные и начальные отверстия.

1) Начальное отверстие -74, конечное - 74.Решение:54-74, 56-54, 44-64, 52-54, 73-53, 75-73, 43-63, 73-53, 54-52, 35-55,65-45, 15-35, 45-25,37-35, 57-37,34-36,37-35, 25-45, 46-44, 23-43, 31-33, 43-23, 51-31, 52-32,31-33, 14-34,34-32, 13-33, 32-34, 34-54, 54-74.

2) Начальное отверстие -54, конечное – 54. Решение:56-54, 75-55, 54-56, 74-54, 53-55,73-53,43-63, 51-53,63-43, 33-53,41-43, 53-33,23-43,31-33,43-23, 13-23, 15-13, 25-23, 34-32, 13-33, 32-34, 45-25, 37-35, 57-37, 34-36, 37-35, 25-45, 56-36, 44-46, 36-56, 56-54.

3) Начальное отверстие -57, конечное – 57. Решение: 55-57, 75-55, 54-56, 74-54, 53-55,73-53,43-63, 51-53, 63-43, 33-53, 41-43, 53-33, 23-43, 31-33,43-23, 13-23, 15-13, 25-23, 34-32, 13-33,32-34, 45-25,37-35,57-37,34-36,37-35,25-45, 56-36, 44-46,36-56, 55-57.

4) Начальное отверстие -24, конечное – 24. Решение: 44-24, 36-34, 15-35, 34-36, 37-35,57-37, 56-36, 45-25, 37-35, 25-45, 32-34, 13-33, 34-32, 31-33, 51-31, 52-32, 43-23, 31-33, 23-43, 54-56, 75-55, 73-75, 45-65, 75-55, 56-54, 64-44, 44-42, 63-43, 42-44, 14-34, 44-24.

5) Начальное отверстие -55, конечное – 55. Решение: 53-55, 73-53, 75-73, 65-63, 52-54,73-53, 54-52, 51-53, 31-51, 32-52, 43-63, 51-53, 63-43, 45-65, 57-55, 65-45, 35-55, 47-45, 55-35, 25-45, 37-35, 45-25, 15-35, 13-15, 23-25, 34-36, 15-35, 36-34, 33-53, 34-54, 53-55.

6) Начальное отверстие -52, конечное – 52. Решение: 54-52, 73-53, 75-73, 65-63, 52-54,73-53, 54-52, 51-53, 31-51, 32-52, 43-63, 51-53, 63-43, 45-65, 57-55, 65-45, 35-55, 47-45, 55-35, 25-45, 37-35, 45-25, 15-35, 13-15, 23-25, 34-36, 15-35, 36-34, 33-53, 34-54, 54-52.

Приложение 2

Игра «Солитер». Примеры задач, когда не совпадают конечные и начальные отверстия.

1) Начальное отверстие -44, конечное - 74.Решение:64-44, 56-54, 44-64, 52-54, 73-53, 75-73, 43-63, 73-53, 54-52, 35-55,65-45, 15-35, 45-25,37-35, 57-37,34-36,37-35, 25-45, 46-44, 23-43, 31-33, 43-23, 51-31, 52-32,31-33, 14-34,34-32, 13-33, 32-34, 34-54, 54-74.

2) Начальное отверстие -74, конечное - 47. Решение: 54-74, 52-54, 44-64, 73-53, 74-54, 54-52, 51-53, 31-51, 32-52, 43-63, 51-53, 63-43, 34 -32, 13-33, 15-13, 43-23, 13-33, 32-34, 56-54, 75-55, 54-56, 57-55, 37-57, 36-56, 45-65, 57-55, 65-45, 24-44, 44-46, 25-45, 45-47.

3) Начальное отверстие -74, конечное - 14. Решение: 54-74, 52-54, 44-64, 73-53, 74-54, 54-52, 51-53, 31-51, 32-52, 43-63, 51-53, 63-43, 34 -32, 13-33, 15-13, 43-23, 13-33, 32-34, 56-54, 75-55, 54-56, 57-55, 37-57, 36-56, 34-36, 55-35, 57-55, 25-45, 55-35, 36-34, 34-14.

4) Начальное отверстие -54, конечное - 57. Решение: 56-54, 75-55, 54-56, 74-54, 53-55,73-53, 43-63, 51-53, 63-43, 33-53, 41-43, 53-33, 23-43,31-33,43-23, 13-23, 15-13, 25-23, 34-32, 13-33,32-34, 45-25,37-35,57-37,34-36,37-35,25-45, 56-36, 44-46,36-56, 55-57.

5) Начальное отверстие -54, конечное - 24. Решение: 56-54, 75-55, 54-56, 74-54, 53-55,73-53,43-63, 51-53,63-43, 33-53,41-43, 53-33,23-43,31-33,43-23, 13-23,15-13, 25-23, 34-32, 13-33,32-34, 45-25,37-35,57-37,34-36,37-35,25-45, 56-54, 54-34, 46-44, 44-24.

6) Начальное отверстие -57, конечное - 24. Решение: 55-57, 75-55, 54-56, 74-54, 53-55,73-53,43-63, 51-53,63-43, 33-53,41-43, 53-33,23-43,31-33,43-23, 13-23,15-13, 25-23, 34-32, 13-33,32-34, 45-25,37-35,57-37,34-36,37-35,25-45, 56-54, 54-34, 46-44, 44-24.

7) Начальное отверстие -57, конечное - 51. Решение: 55-57, 75-55, 54-56, 74-54, 53-55,73-53, 51-53, 63-43, 33-53, 41-43, 53-33, 23-43,31-33,43-23, 13-23, 15-13, 25-23, 34-32, 13-33, 32-34, 45-25, 37-35, 57-37, 34-36, 37-35, 25-45, 56-36, 44-46, 36-56, 56-54, 54-51.

8) Начальное отверстие -55, конечное - 52. Решение: 53-55, 73-53, 75-73, 65-63, 52-54,73-53, 54-52, 51-53, 31-51, 32-52, 43-63, 51-53, 63-43, 45-65, 57-55, 65-45, 35-55, 47-45, 55-35, 25-45, 37-35, 45-25, 15-35, 13-15, 23-25, 34-36, 15-35, 36-34, 33-53, 34-54, 54-52.

9) Начальное отверстие -52, конечное - 25. Решение: 54-52, 73-53, 75-73, 65-63, 52-54,73-53, 54-52, 51-53, 31-51, 32-52, 43-63, 51-53, 63-43, 45-65, 57-55, 65-45, 35-55, 47-45, 55-35, 25-45, 37-35, 45-25, 15-35, 13-15, 23-25, 34-36, 15-35, 36-34, 43-23, 44-24, 23-25.

Приложение 3

Упражнения для закрепления

Прыганье взапуски

1. Длина пути равна 200 футам; остальные условия прежние. А ошибочно рассчитал, что для выигрыша он должен, как и прежде, попасть на 1; как должен Б продолжать игру, чтобы выиграть?
2. Кто выиграет, если максимальный прыжок для каждого определён в 8 футов, а минимальный – 1 фут, длина пути 90 футов, и как должен поступать выигрывающий?
3. Кто выиграет, если максимальный прыжок 17 дециметров, а минимальный – 1 дециметр, а длина пути 15 метров?

Игра в пятнадцать.

4. Разрешима ли задача на рисунке?

Игра «Солитер»

5. Найти решение следующего случая: начальное отверстие – 52, конечное – 55.
6. Найти решение следующего случая: начальное отверстие – 46, конечное – 13.

Игра «Башня Люка»

7. Сколько понадобится всех перенесений для 7 пластинок?

   Сколько операций потребуется в этом случае?

Ответы на вопросы.

1. «В» (второй) должен прыгнуть сначала с 1 на 2, затем на 13, 24, 35, 46 и т.д. Следовательно, после второго прыжка он должен становиться на места, отделенные друг от друга в 11.
2. «В» может выиграть, если он первым прыжком достигнет 9, а затем будет становиться на места, отделенные друг от друга промежутком, т.е. на 18, 27, 36 и т.д., пока не достигнет 90.
3. Выиграет «А», если сначала станет на 6, затем на 24, 42, 60, 78, 96, 114, 132 и, наконец, на 150.
4. Общее число инверсий равно 23, поэтому задача неразрешима.
5. Задача сопряжена с задачей 8 приложения 2.
6. Очевидно, что задача аналогична 6 приложения 2. В самом деле, путем поворота на 90^0 по направлению движения часовой стрелки, комбинацию 46,13(46 – начальное отверстие, 13 – конечное отверстие) можно свести к комбинации 64,37.Отсюда можно путем отражения относительно средней вертикали перейти к 24,57, затем перестановкой начального и конечного отверстий:57,24 (задача 6 приложения 2). Таким образом, заданная задача симметрична сопряженной с задачей 6 приложения 2.
7. Понадобятся 127 перемещений. 2^7-1=127. Первое перемещение будет с «А на С», где «А» - начальная палочка, «С» - конечная.