Областной научный форум молодых исследователей «Шаг в будущее»

(Россия, Тюмень, 2022г.)

СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ И МЕТОДЫ ИХ РЕШЕНИЯ

Выполнила:

Менщикова Анастасия Евгеньевна,

учащаяся 8 класса

МАОУ Новоселезневская СОШ

Россия, п.Новоселезнево Тюменской области

Казанского района

Руководитель:

Черноскутова Наталья Петровна,

учитель математики

МАОУ Новоселезневская СОШ

Россия, п.Новоселезнево Тюменской области

Казанского района

Введение

В школьном курсе математики мы периодически решаем различные уравнения. И каждый раз узнаем новые приемы для их решения. Я учусь в 8 классе и уже сейчас нередко обращаюсь к сайту Решу ОГЭ. Я обратила внимание, что среди прочих заданий в структуре КИМа ОГЭ есть системы уравнений с двумя уравнениями, в которых хотя бы одно является уравнением второй степени. Мне стало интересно, применимы ли к решению таких систем те способы, которые мы изучили в 7 классе, и существуют ли другие способы решения систем уравнений. Так появилась тема моей работы, ***актуальность*** которой в том, что знание большего количества методов решения систем уравнений, позволяет более рационально их решать.

Таким образом мы решили проанализировать методы решения систем уравнений и нами была выдвинута **гипотеза:** кроме методов, изучаемых в школьном курсе алгебры, существуют и другие методы решения систем уравнений.

Объект исследования: системы уравнений.

Предмет исследования: методы решения систем уравнений.

Цель: исследовать различные методы решения систем уравнений.

Для достижения поставленной цели решались следующие **задачи:**

1. Изучить теоретический материал по данной теме.
2. Изучить нестандартные методы для решения систем линейных уравнений.
3. Сравнить различные методы решения систем уравнений.

Методы и приёмы: изучение и анализ литературы и ресурсов сети интернет, обобщение собранного материала, наблюдение, практическая работа.

Практическая значимость: обобщённый материал данного исследования можно применять как на уроках математики, так и на внеурочных занятиях. Данный материал помогает прививать интерес к математике, показать разнообразие методов в рамках изучения одной темы, способствует формированию представления о возможностях математики, подготавливает выпускников школы к дальнейшему изучению высшей математики.

Основное содержание

1. Стандартные методы решения систем уравнений

1.1 Основные определения

Сформулируем основные ***определения***.

Если поставлена задача найти все такие пары чисел (x; y), которые одновременно удовлетворяют уравнению *p(x; y)* = 0 и уравнению *q(x; y)* = 0, то говорят, что указанные уравнения образуют **систему уравнений:**

$$\begin{cases} p(x; y) = 0, \\ q(x; y) = 0. \end{cases}$$

Пару чисел (x; y), которая одновременно является решением и первого и второго уравнений системы, называют **решением системы уравнений**.

Решить систему уравнений - это значит найти все её решения или установить, что решений нет [1, 2, 3].

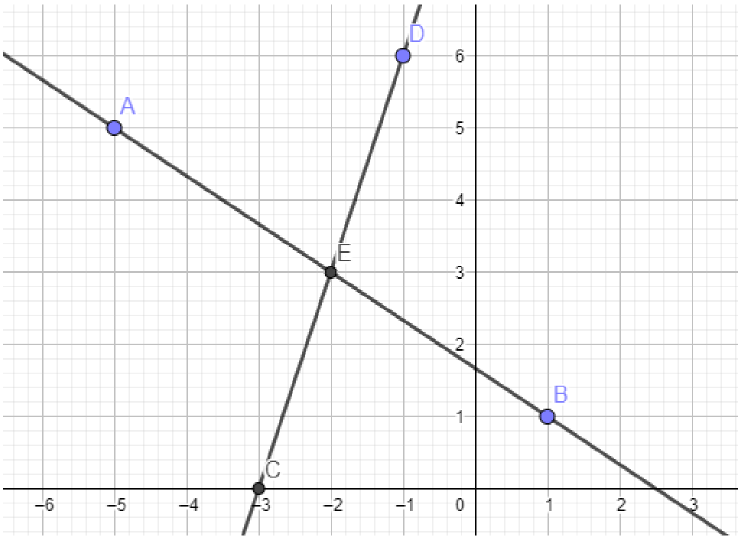
В школьном курсе алгебры рассматривается несколько способов решения уравнений, которые применяются к различным системам. Рассмотрим их.

1.2 Графический метод.

Чтобы решить систему уравнений с двумя переменными графическим методом, нужно поступить следующим образом:

1. Построить графики уравнений, входящих в систему, на одной координатной плоскости.
2. Найти точки пересечения графиков или установить, что их нет.
3. Пары чисел, являющихся координатами точек пересечения построенных графиков, записать в ответ [1].

В качестве примера решим систему линейных уравнений $\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 3x - y = -9 \end{cases}$



Графиками первого и второго уравнений являются прямые AB и CD соответственно. Построим их в одной координатной плоскости с помощью программы Geogebra.

Графики пересекаются в точке E (-2; 3). Следовательно, пара чисел (-2; 3) является искомым решением системы уравнений. Ответ: (-2; 3)

Графический метод решения систем уравнений красив, но не всегда надежен. Во-первых, не всегда можно построить графики уравнений. Во-вторых, даже если графики удалось построить, точки пересечения могут быть не такими «хорошими», как в этом специально подобранном примере, т.е. координаты точек пересечения можно определить приближенно.

Значит нужно располагать алгебраическими методами решения систем уравнений, которые более надежны.

1.3 Алгебраические методы

1. *Метод подстановки*

Чтобы решить систему уравнений с двумя переменными методом подстановки поступают следующим образом:

1) выражают из какого-нибудь уравнения системы одну переменную через другу;
2) подставляют в другое уравнение системы вместо этой переменной полученное выражение;
3) решают получившееся уравнение с одной переменной;
4) находят соответствующее значение второй переменной. [1,2]

В качестве примера решим систему линейных уравнений

$$\begin{cases} 3x + y = 7 \\ -5x + 2y = 3 \end{cases}$$

1. Выразим y через x из первого уравнения системы: $y = 7 – 3x$

2. Подставим полученное выражение вместо y во второе уравнение системы: $-5x + 2(7 – 3x) = 3$

3. Решим полученное уравнение: $-5x + 14 – 6x = 3$

$$-11x = -11$$

$$x = 1$$

4. Подставим найденное значение x в формулу $y = 7 – 3x$: $y = 4$

5. Пара (1; 4) - решение заданной системы уравнений.

Ответ: (1; 4)

2. *Метод алгебраического сложения:*

Чтобы решить систему уравнений с двумя переменными методом сложения поступают следующим образом:

1) умножают почленно уравнения системы, подбирая множители так, чтобы коэффициенты при одной из переменных стали противоположными числами;
2) складывают почленно левые и правые части уравнений системы;
3) решают получившееся уравнение с одной переменной;
4) находят соответствующее значение второй переменной. [1]

В качестве примера решим систему линейных уравнений

$$\begin{cases} 2x + 3y = -5 \\ x – 3y = 38 \end{cases}$$

1. В уравнениях этой системы коэффициенты при y являются противоположными числами.

2. Сложим почленно первое и второе уравнения: $3x = 33$

3. Решим полученное уравнение: $x = 11$

4. Подставим найденное значение x во второе уравнение системы $x – 3y=38$ и найдем соответствующее значение второй переменной: $y = -9$

Ответ: (11; -9)

3. *Метод введения новых переменных.*

Чтобы решить систему уравнений с двумя переменными методом введения новых переменных, нужно поступить следующим образом:

1. Ввести одну или две новые переменные.

2. Записать новое уравнение или систему уравнений.

3. Решить новое уравнение или систему уравнений и найти значения введённых переменных.

4. Сделать обратную замену и найти значения переменных из условия.

5. Записать ответ.

В качестве примера решим систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2{,}5 \\ x^2 - y^2 = 3 \end{cases}$$ [2]

1. Введём новую переменную $t = \frac{x}{y}$.

2. Тогда первое уравнение системы можно переписать в виде $t + \frac{1}{t} = 2{,}5$

3. Умножим обе части уравнения на $t \neq 0$ (так как по условию $x \neq 0,\ y \neq 0$).

$t^2 - 2{,}5t + 1 = 0$ $D = 6{,}25 - 4 = 2{,}25$; $t_1 = \frac{2{,}5 - 1{,}5}{2} = \frac{1}{2}$, $t_2 = \frac{2{,}5 + 1{,}5}{2} = 2$.

4.Делаем обратную замену.

Если $\frac{x}{y} = \frac{1}{2}$, то $y = 2x$.

Подставляя во второе уравнение системы, получаем: $x^2 - (2x)^2 = 3$.

$x^2 - 4x^2 = 3$; $x^2 = -1$, это уравнение корней не имеет.

Если $\frac{x}{y} = 2$, то $x = 2y$.

Подставляя во второе уравнение системы, получаем: $(2y)^2 - y^2 = 3$.

$3y^2 = 3$, $y^2 = 1$. Тогда $y = -1$ и $y = 1$.

Если $y = 1$, то $x = 2$.

Если $y = -1$, то $x = -2$.

5.Ответ: (2;1); (-2;-1)

1.4 Сравнение стандартных методов решения систем уравнений

Сравним различные методы решения систем уравнений с двумя переменными, составленных из одного уравнения второй степени и одного уравнения первой степени. Для этого решим всеми возможными способами следующую систему:

$$\begin{cases} y + 2x = 3 \\ x^2 + y = 2 \end{cases}$$ [4]

1). Такую систему можно решить *методом подстановки.* Для этого выразим из первого уравнения y и подставим это выражение во второе уравнение:

$$\begin{cases} y = 3 - 2x \\ x^2 + 3 - 2x = 2 \end{cases}$$

Решая полученное квадратное уравнение получим: x = 1

Подставляя это значение x в выражение для второй переменной получим: y = 1

Ответ: (1; 1)

2). Теперь решим эту систему *методом сложения:*

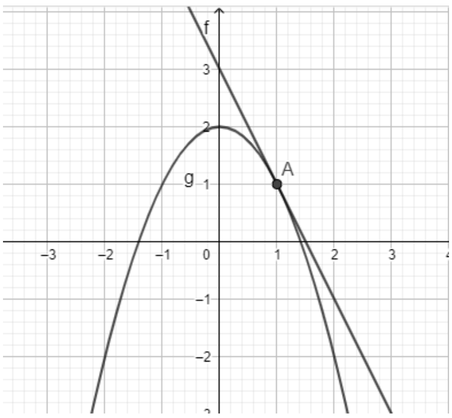
$$\begin{cases} y + 2x = 3 \\ x^2 + y = 2 \end{cases}$$

Умножив почленно первое уравнение на (-1) и сложив уравнения системы получим: $x^2 - 2x = -1$

Решая это квадратное уравнение получим: x = 1

Подставляя это значение x в первое уравнение и решая полученное линейное уравнение получим: y = 1 Ответ: (1; 1)

3). Решим эту систему еще одним методом – *графическим.*



Для этого построим графики уравнений, входящих в систему. Перепишем эту систему, выразив из каждого уравнения переменную y:

$$\begin{cases} y = 3 - 2x \\ y = 2 - x^2 \end{cases}$$

Графиком первого уравнения является прямая, графиком второго уравнения – парабола, ветви которой направлены вниз, с вершиной (0; 2). Для получения более точного чертежа построим эти графики в программе Geogebra.

Из чертежа видно, что графики имеют одну общую точку А. Координаты этой точки являются решением данной системы. Ответ: (1; 1)

Примечание: в данном случае путем подстановки координат полученной точки достаточно легко проверить, что действительно пара чисел (1;1) является решением данной системы.

Решив данную систему уравнений тремя методами (метод введения новых переменных здесь не уместен) можем сделать ***вывод*** о том, что все эти методы дают, конечно же, одинаковый результат, и каждый метод интересен по-своему. На мой взгляд метод подстановки и метод сложения в данном случае равнозначны, оба приводят к решению квадратного уравнения. Графический метод при решении данной конкретной системы уравнений не представляет сложности и дает точные результаты, при этом выполнение точных чертежей требует аккуратности и времени. Лично мне больше нравится метод подстановки.

Учащиеся 11 класса нашей школы тоже решали эту систему уравнений. Им было предложено решить эту систему любым, удобным для них, способом. В результате выяснилось, что большая часть учащихся решили систему методом подстановки или методом сложения. Графическим методом решили только несколько человек (Приложение 1). Свой отказ от графического метода обучающиеся объясняют тем, что алгебраические методы наверняка дают точные результаты.

2 Нестандартные методы решения систем линейных уравнений

Для решения систем линейных уравнений с числом уравнений и неизвестных в них более двух применяются и другие методы.

2.1 Метод Крамера.

Метод Крамера применяется только к системам линейных уравнений, у которых число уравнений совпадает с числом неизвестных и определитель отличен от нуля. Введем понятие определителя

Определителем системы называют запись чисел в квадратной таблице, в соответствие которой ставится число по некоторому правилу.

Пусть даны числа a, b, c, d, которые расположены в квадратной таблице $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ следующим образом:

Значение этого определителя второго порядка равен разности произведений элементов главной и побочной диагоналей, т.е. находится по формуле: a×d–b×c.

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = a \times d - b \times c$$

Для решения системы линейных уравнений методом Крамера составляется несколько определителей.

Главным определителем системы называется определитель, составленный из коэффициентов при переменных в линейной системе уравнений. Его принято обозначать Δ.

Рассмотрим алгоритм решения системы двух линейных уравнений с двумя переменными методом Крамера на примере системы:

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1 \\ a_{21}x + a_{22}y = b_2 \end{cases}$$

Отметим, что данный метод можно применять лишь в тех случаях, когда главный определитель $\Delta \neq 0$.

Чтобы решить систему двух линейных уравнений с двумя переменными методом Крамера, нужно поступить следующим образом:

1. Вычислить главный определитель системы

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \times a_{22} - a_{21} \times a_{12}$$

2. Вычислить вспомогательные определители – определители, в которых столбец коэффициентов при какой-либо переменной заменяется столбцом свободных членов (правые части уравнений). Они обозначаются соответственно Δ_x и Δ_y.

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix} = b_1 \times a_{22} - b_2 \times a_{12}$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix} = a_{11} \times b_2 - a_{21} \times b_1$$

3. Применить формулы Крамера и найти решение системы:

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta},\ y = \frac{\Delta_y}{\Delta}.$$

Заметим, что метод Крамера применяется только к системам линейных уравнений, у которых число уравнений совпадает с числом неизвестных и главный определитель отличен от нуля. Любая «крамеровская» система уравнений имеет единственное решение. [7, 8]

2.2 Метод Гаусса (метод последовательного исключения переменных).

Решение систем линейных уравнений методом последовательного исключения переменных (методом Гаусса) рассмотрим на примере решения системы трёх $\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1, \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2, \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$ уравнений с тремя переменными: (1)

Предполагается, что в каждом уравнении системы хотя бы один из коэффициентов при переменных отличен от нуля.

Чтобы решить систему линейных уравнений методом Гаусса поступают следующим образом:

а) Записывают систему в виде (1), т.е. соблюдая в каждом уравнении системы один и тот же порядок следования переменных.

б) Преобразуют систему в такую равносильную систему, в которой в первом уравнении коэффициент при первой переменной равен единице. Для этого первое уравнение делят на коэффициент $a_1 \neq 0$. Иногда того же результата можно добиться, меняя порядок следования уравнений.

в) Исключают первую переменную из второго уравнения. Для этого из второго уравнения вычитают первое уравнение, предварительно умноженное на a_2.

г) Исключают первую переменную из третьего уравнения. Для этого из третьего уравнения вычитают первое уравнение, предварительно умноженное на a_3.

д) Далее работают со вторым и третьим уравнениями и, повторяя процесс, исключают вторую переменную из третьего уравнения. В результате система

$$\begin{cases} x + b_1y + c_1z = d_1, \\ \quad b_2y + c_2z = d_2, (2) \\ \qquad c_3z = d_3 \end{cases}$$

приобретает треугольный вид

где b_1, c_1,…, d_3- новые, изменившиеся в процессе вычислений, значения коэффициентов.

е) Теперь из третьего уравнения системы (2) (если $c_3 \neq 0$) находят переменную

$\mathbf{z} = d_3/c_3$. Используя это значение, из второго уравнения находят $\boldsymbol{y}$ и, наконец, из первого уравнения находят значения переменной $\boldsymbol{x}$.

Если в третьем уравнении системы (2) оказалось, что $c_3=0$, а $d_3 \neq 0$, то это означает, что уравнение $0 \times z = d_3$ не имеет решений, а значит, не имеет решений и вся система. Если же $c_3=0$ и $d_3=0$, то уравнение $0 \times z=0$ имеет бесконечное множество решений, т.к. последнее равенство верно при любом действительном z. Следовательно, и система (2) имеет в этом случае бесконечное множество решений.

Метод Гаусса – универсальный метод для решения любой системы линейных уравнений. Он прост тем, что для его освоения достаточно знаний шестиклассника – необходимо уметь складывать и умножать.

Чаще системы линейных уравнений методом Гаусса решают с помощью матрицы. ***Матрицей*** называют прямоугольную таблицу, состоящую из чисел. Элементы матрицы располагаются в строки и столбцы, которые часто называют «ряды матрицы».

Матрица системы – это матрица, составленная из коэффициентов при неизвестных. ***Расширенная матрица системы*** – это та же матрица системы с добавлением столбца свободных членов.

Для рассмотренной выше системы матрица и расширенная матрица будут выглядеть следующим образом:

$$\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix} \qquad \left(\begin{array}{ccc|c} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & d_3 \end{array}\right)$$

Чтобы решить систему линейных уравнений с помощью матрицы Гаусса поступают следующим образом:

1. Записывают систему уравнений в виде расширенной матрицы.
2. Приводят матрицу к треугольному виду: все элементы, стоящие под главной диагональю равны нулю, а на главной диагонали – 1. Этого добиваются с помощью любых элементарных преобразований: переставляют строки и столбцы, вычитают и складывают строки, умножают и делят строки на числа (кроме 0), вычеркивают повторяющиеся и нулевые строки.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} \mathbf{1} & e_{12} & e_{13} & f_1 \\ 0 & \mathbf{1} & e_{23} & f_2 \\ 0 & 0 & \mathbf{1} & f_3 \end{array}\right)$$

3. Возвращают треугольной матрице вид системы уравнений и решают ее обратным ходом, снизу – вверх. В нижнем уравнении будет одна неизвестная. Находят ее значение и подставляют в предыдущее уравнение. Продолжают, пока не узнают значения всех неизвестных. [9, 10]

Методом Гаусса решают системы линейных уравнений с тремя и более неизвестными.

2.3 Сравнение стандартных и нестандартных методов решения систем линейных уравнений

Сравним различные методы решения систем из трех уравнений с тремя переменными. Для этого решим всеми возможными способами следующую систему [4]:

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = -3 \\ 2x - 3y + z = 8 \\ -x + y - 5z = -8 \end{cases}$$

Решим эту систему традиционными методами. Мы видим, что здесь удобно применить <u>*метод подстановки*</u>. Для этого из первого уравнения системы выразим переменную x через остальные переменные и подставим это выражение во второе и третье уравнения:

$$\begin{cases} x = 3z - 2y - 3 \\ 2(3z - 2y - 3) - 3y + z = 8 \\ -(3z - 2y - 3) + y - 5z = -8 \end{cases}$$

Выполнив преобразования во втором и третьем уравнениях получим следующую равносильную систему:

$$\begin{cases} x = 3z - 2y - 3 \\ 7z - 7y = 14 \\ -8z + 3y = -11 \end{cases}$$

Разделим обе части второго уравнения на 7, а затем умножим на 3:

$$\begin{cases} x = 3z - 2y - 3 \\ 3z - 3y = 6 \\ -8z + 3y = -11 \end{cases}$$

Теперь можем применить *метод сложения*. Сложив второе и третье уравнения получим –5z = –5. Откуда z = 1

Подставляя данное значение в уравнение z – y = 2 получаем y = –1.

Подставляя найденные значения y и z в первое уравнение получим x = 2.

Ответ: (2, -1, 1)

Решим эту же систему <u>*методом Крамера*.</u>

Для этого вычислим главный и вспомогательные определители.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -3 & 1 \\ -1 & 1 & -5 \end{vmatrix} = 1\times(-3)\times(-5) + 2\times1\times(-1) + 2\times1\times(-3) - (-1)\times(-3)\times(-3) - 2\times2\times(-5) - 1\times1\times1 = 35 \neq 0$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} -3 & 2 & -3 \\ 8 & -3 & 1 \\ -8 & 1 & -5 \end{vmatrix} = -3\times(-3)\times(-5) + 2\times1\times(-8) + 8\times1\times(-3) - (-8)\times(-3)\times(-3) - 8\times2\times(-5) - 1\times1\times(-3) = 70$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & -3 & -3 \\ 2 & 8 & 1 \\ -1 & -8 & -5 \end{vmatrix} = 1\times8\times(-5) + 1\times(-3)\times(-1) + 2\times(-8)\times(-3) - (-1)\times8\times(-3) - 2\times(-3)\times(-5) - 1\times(-8)\times1 = -35$$

$$\Delta_z = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -3 & 8 \\ -1 & 1 & -8 \end{vmatrix} = 1\times(-3)\times(-8) + 2\times8\times(-1) + 2\times1\times(-3) - (-1)\times(-3)\times(-3) - 2\times2\times(-8) - 1\times8\times1 = 35$$

Пользуясь формулами Крамера найдем значения переменных:

$x = \Delta_x / \Delta = 70 / 35 = 2;$

$y = \Delta_y / \Delta = -35 / 35 = -1;$

$z = \Delta_z / \Delta = 35 / 35 = 1$ Ответ: (2, -1, 1)

Решим эту систему <u>*методом Гаусса*</u>.

Составим расширенную матрицу: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & -3 \\ 2 & -3 & 1 & 8 \\ -1 & 1 & -5 & -8 \end{array}\right)$

Поменяем вторую и третью строки местами, а затем сложим первую и вторую строчки получившейся матрицы. Получим: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & -3 \\ -1 & 1 & -5 & -8 \\ 2 & -3 & 1 & 8 \end{array}\right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & -3 \\ 0 & 3 & -8 & -11 \\ 2 & -3 & 1 & 8 \end{array}\right)$

Сложим третью строку с первой, умноженной на (-2): $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & -3 \\ 0 & 3 & -8 & -11 \\ 0 & -7 & 7 & 14 \end{array}\right)$

Третью строку разделим на (-7) и поменяем ее местами со второй:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & -3 \\ 0 & 3 & -8 & -11 \\ 0 & 1 & -1 & -2 \end{array}\right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & -3 \\ 0 & 1 & -1 & -2 \\ 0 & 3 & -8 & -11 \end{array}\right)$$

Сложим третью строку со второй, умноженной на (-3) и полученную третью строку разделим на (-5): $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & -3 \\ 0 & 1 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & -5 & -5 \end{array}\right) \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -3 & -3 \\ 0 & 1 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}\right)$

Перепишем полученную матрицу в виде системы уравнений и решим ее обратным ходом.

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = -3 \\ y - z = 2 \\ z = 1 \end{cases}$$

y – 1 = 2, тогда y = -1

x + 2y – 3z = -3, тогда x = 2 Ответ: (2, -1, 1)

Решив данную систему уравнений тремя методами, можем сделать вывод о том, что каждый метод по-своему интересен. На мой взгляд из двух рассмотренных нами нетрадиционных методов метод Крамера более удобен, т.к. для его применения необходимо вычислить несколько определителей по определенному правилу, в котором применяется только сложение-вычитание и умножение чисел, а затем найти отношение полученных значений в соответствие с формулами. Метод Гаусса не сложен, но он требует навыков работы с матрицей, кроме того при выполнении элементарных преобразований матрицы для приведения ее к треугольному виду могут получиться дробные числа. Ну а метод подстановки можно считать универсальным, хотя при решении системы из трех уравнений преобразований, конечно же, больше, чем при решении системы из двух уравнений.

Мы познакомили учащихся 11 класса нашей школы с методами Крамера и Гаусса. После этого им было предложено решить эту систему уравнений тремя способами и сделать вывод, какой из методов им понравился больше и почему. В результате выяснилось, что большая часть учащихся отдали свое предпочтение методу Крамера, т.к. решение системы этим методом занимает меньше времени, чем другими (Приложение 2).

Заключение

В своей работе мы изучили теоретический материал по данной теме, познакомились с новыми методами решения систем уравнений - методом Крамера и методом Гаусса, сравнили различные методы решения систем уравнений и проверили экспериментальным путем, какой метод наиболее рациональный.

Сравнивая стандартные методы решения систем уравнений, мы пришли к выводу, что графический метод решения систем уравнений красив, но не всегда надёжен. Графики уравнений построить возможно не всегда. А если графики уравнений удалось построить, точки пересечения могут быть не такими "хорошими" или могут оказаться за пределами чертежа. Поэтому системы уравнений чаще решают алгебраическими методами.

Также в своей работе мы рассмотрели нестандартные методы решения систем линейных уравнений. Исследование показало, что с помощью определителя (метод Крамера) решение систем уравнений более просто и легко применимо. Можно также при решении систем уравнений использовать метод последовательного исключения переменных или матрицы (метод Гаусса). Недостаток этих методов в том, что данными методами можно воспользоваться только при решении линейных систем уравнений или систем уравнений, все переменные которых будут иметь одну и туже степень.

Выполняя эту работу, я не только изучила методы решения систем уравнений, но и научилась решать их нестандартными методами.

По нашему мнению, учащийся должен владеть несколькими методами решения систем уравнений, для того чтобы воспользоваться самым рациональным.

Задачи нашей работы выполнены, цель достигнута, гипотеза подтвердилась.

Список литературы

1. МакарычевЮ.Н. Алгебра. 9 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений/Ю.Н.Макарычев, Н.Г.Миндюк, К.И.Нешков, С.Б.Суворова; под ред. С.А.Теляковского. – М.: Просвещение – 2020. – 256с.
2. МордковичА.Г. Алгебра. 9 класс. В 2ч.Ч. 1. Учебник для общеобразовательных учреждений– 9-е изд., стер. – М.: Мнемозина – 2007. – 231с.
3. МордковичА.Г. Алгебра и начала математического анализа. 10 – 11 классы. В 2ч. Ч. 1. Учебник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень) – 14-е изд., стер. – М.: Мнемозина – 2013.– 400с.
4. МордковичА.Г. Алгебра и начала математического анализа. 10 – 11 классы. В 2ч. Ч. 2. Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений (базовый уровень)/А.Г.Мордкович и др.; под ред. А.Г.Мордковича – 14-е изд., стер.– М.: Мнемозина – 2013. – 271с.
5. Шарыгин И.Ф. Факультативный курс по математике: Решение задач: Учеб. пособие для 10 кл. сред. шк.– М.: Просвещение– 1989. – 252с.

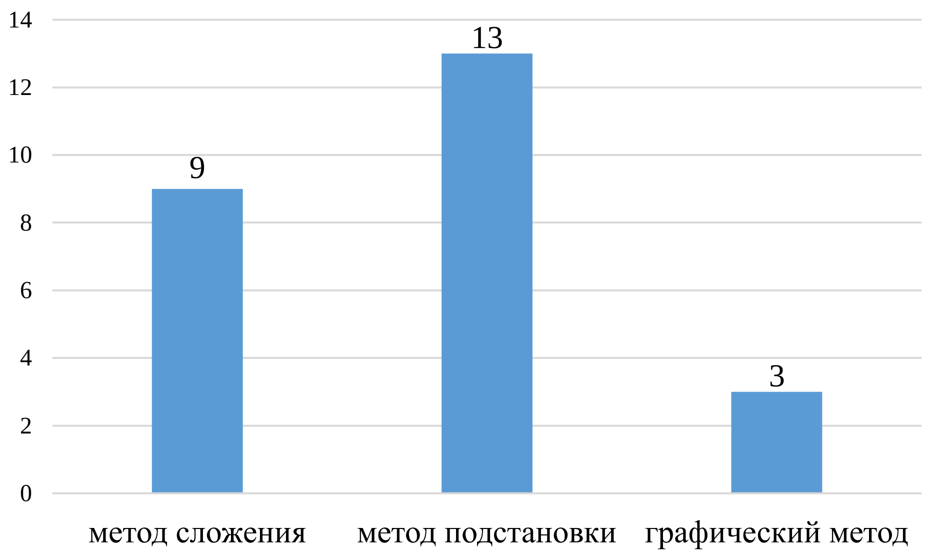
6. Умнов А.Е. Аналитическая геометрия и линейная алгебра: Учеб. пособие– 3-е изд. – М.: МФТИ – 2011 – 259с.
7. https://zaochnik.com/spravochnik/matematika/issledovanie-slau/metod-kramera/ (дата обращения 28.01.2022г.)
8. https://nauchniestati.ru/spravka/resheneie-sistem-metodom-kramera/ (дата обращения 28.01.2022г.)
9. https://zaochnik.com/spravochnik/matematika/issledovanie-slau/metod-gaussa/ (дата обращения 08.02.2022г.)
10. https://nauchniestati.ru/spravka/reshenie-sistem-linejnyh-uravnenij-metodom-gaussa/ (дата обращения 08.02.2022г.)

Приложения

Приложение 1

Опрос №1: сравнение стандартных методов решения систем уравнений. В опросе участвовало 25 человек

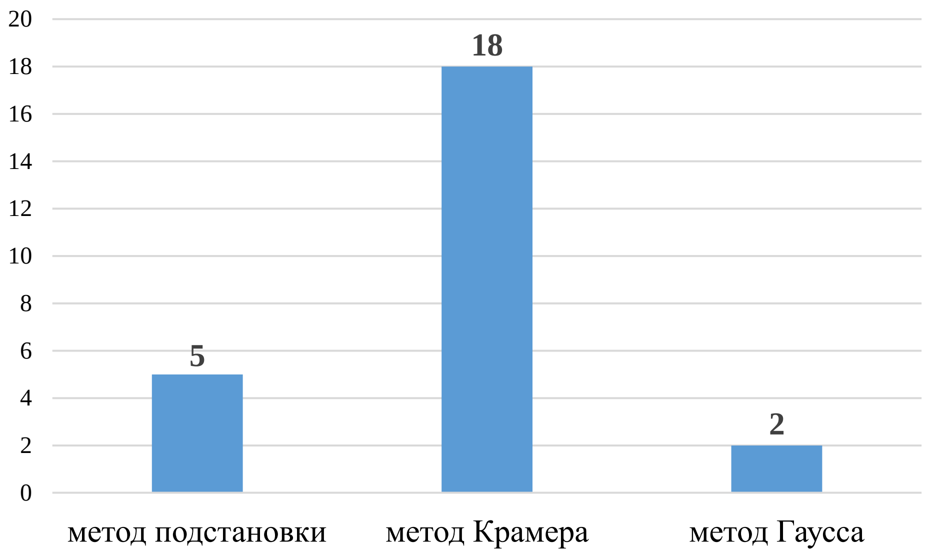
Каким методом Вы решили предложенную систему уравнений?



Приложение 2

Опрос №2: сравнение нестандартных методов решения систем уравнений. В опросе участвовало 25 человек

1. Какой метод Вам понравился больше?



2. Почему отдали предпочтение методу, указанному в 1 вопросе?

Метод	Распространенный вариант ответа
Метод подстановки (5 чел.)	Этот метод давно известен, не надо запоминать новые правила
Метод Крамера (18 чел.)	Несложные вычисления, занимает меньше времени
Метод Гаусса (2 чел.)	Люблю что-то нестандартное, поэтому интересно работать с матрицами