

**Исследовательский проект: «Изучение свойств бумаги»**

**Выполнил: ученик 6 Б класса  
МБОУ ООШ № 27  
Новожилов Сергей Евгеньевич  
Руководитель: учитель математики  
Киряева Анна Анатольевна**

**2023**

## Введение

Сколько тайн и загадок несет в себе простой лист бумаги. И самое удивительное – то, что он всегда рядом. Ведь недаром говорят, что все гениальное – просто. Листок бумаги мы держим в руках каждый день, не задумываясь о том, что он является одним из самых важных предметов изучения – это обуславливает **актуальность** выбранной темы.

В данной работе хотим представить теоретические и практические исследования, где в качестве **объекта** будут рассматриваться поверхности, а **предметом** выступать лист бумаги.

**Гипотеза** – лист бумаги как поверхность, которая подвергается деформации.

**Цель исследования:** рассмотреть лист бумаги как часть поверхности.

**Задачи исследования:**

1. Изучить литературные источники по данной теме.
2. Провести опрос среди учащихся на действия, которые можно совершать с бумагой.
3. Провести эксперименты с листом бумаги и узнать его «тайны».
4. Сделать выводы по окончании проектно-исследовательской работы.

**Теоретическая значимость** заключается в том, что в процессе работы будет изучена научно-популярная литература, а также выявлены некоторые свойства листа бумаги как поверхности.

**Методы исследования:**

- **теоретические** (анализ данных, изучение литературных источников, описание свойств и др.);
- **эмпирические** (проведение экспериментов);
- **математические** (статистика, диаграммы и др.).

**Практическая значимость.** Данное исследование направлено на углубление знаний по геометрии, повышение интереса к предмету, расширение представлений о применении листа бумаги на уроках математики и внеурочной деятельности.

# Глава 1. Изучение научно-популярной литературы

## п.1 Историческая справка

Бумага – одна из самых обыденных вещей в жизни любого человека. Мы сталкиваемся с ней практически ежеминутно: берем с полки интересную книгу, расплачиваемся банкнотами в магазине, переписываем в блокнот расписание занятий в университете, распечатываем на принтере важный договор... А ведь много тысяч лет назад бумага, как и многие другие привычные нам вещи, была передовым изобретением и ценилась на вес золота. Как же она появилась?

### *Предшественники бумаги*

Прародителем бумаги можно считать папирус, который начали изготавливать в Древнем Египте из произрастающего в низовьях Нила тростникового растения примерно за 3,5 тысячи лет до нашей эры.

Папирус был основным писчим материалом примерно до 5 века. Затем его вытеснил пергамент – обработанная особым способом кожа молодых животных, которую стали выпускать в азиатском Пергамском царстве во 2 веке до нашей эры. На пергаменте было проще писать, чем на папирусе, к тому же, на нем можно было исправлять написанное, так как текст без проблем смывался.

### *Появление бумаги*

Бумага появилась в Древнем Китае. Ее широкое распространение обычно связывают с именем образованного китайца Цай Луня, который жил примерно в 105 году нашей эры. Он обобщил все способы изготовления бумаги и описал технологию ее производства. В то время бумагу выпускали путем обезвоживания растительных волокон на специальной сетке из очень сильно разбавленной волокнистой суспензии.

Согласно методу Цай Луня, бумагу можно было производить из любого растительного сырья: от побегов бамбука до мха и пакли.

### *Развитие бумажного производства*

Из Китая бумажное производство распространилось в соседние страны. В середине 8 века бумагу стали изготавливать в Самарканде.

В 11 – 12 веках бумагу стали производить и в Европе. Первыми центрами бумажной промышленности в Старом Свете стали Италия, Франция, Испания.

В 17 веке началась активная автоматизация производства бумаги. В Голландии изобрели ролл для размолва бумажной массы, который работал в 3 раза быстрее толчеи. Во Франции придумали машину, которая заменила по-настоящему каторжный труд черпальщиков бумажной массы и помогала выпускать до 100 килограммов бумаги за сутки.

Основные принципы работы бумагоделательных машин оставались неизменными долгие годы. И лишь в последние десятилетия их значительно усовершенствовали, сделав практически полностью автоматическими.

#### *Производство бумаги в России*

На Руси производить бумагу стали только в 16 веке, во времена правления Ивана Грозного. Большой толчок развитие бумажной промышленности получило при Петре Первом. Именно при нем в нашей стране появилась первая печатная газета, стали выпускаться многочисленные книги. Все это требовало большого количества бумаги. Чтобы подтолкнуть отечественных производителей к ее выпуску, император ввел запрет на ввоз иностранной бумаги. Под Москвой и Петербургом появилось сразу несколько бумажных фабрик.

Собственная бумагоделательная машина появилась в России в начале 20 века. Ее создали на Петербургском литейном заводе, и с 1916 года она работала на Петергофской бумажной фабрике.

#### *Производство бумаги сегодня*

Сегодня бумага производится в промышленных масштабах во всех уголках мира. Сейчас она уже не имеет такой ценности, как столетия назад – ее куда чаще используют для печати упаковок, рекламных листовок, одноразовых платков и полотенец, а также другой сопутствующей продукции, а не книг и журналов, которые сейчас активно выпускаются в электронном виде.

Большие масштабы производства бумаги требуют огромного количества растительного сырья, что является одной из важных экологических проблем. Чтобы не уничтожать деревья ради выпуска бумажных изделий, постоянно совершенствуются технологии вторичного использования бумажного сырья, которые позволяют изготавливать из отработанной бумаги и глянецовые журналы, и упаковку для пищевых продуктов, и тетради, и даже денежные банкноты.

Мы рассмотрели бумагу с точки зрения ее возникновения.

## п.2 Вопросы изучения поверхностей

Впервые изучать *внутреннюю геометрию* поверхностей начал Гаусс. Он открыл характеристику поверхности (гауссову кривизну), которая не изменяется при изгибаниях, тем самым, заложив основы римановой геометрии (*геометрия в целом — раздел, который выявляет связь глобальных свойств риманова многообразия, таких как: топология, диаметр, объём — и его локальных свойств, к примеру, ограничений на кривизну.*).



**Иогáнн Карл Фрiдрих Гáусс** (нем. *Johann Carl Friedrich Gauß*; 30 апреля 1777, Брауншвейг — 23 февраля 1855, Гёттинген) — немецкий математик, механик, физик, астроном и геодезист. Считается одним из величайших математиков всех времён, «королём математиков». Лауреат медали Копли (1838), иностранный член Шведской (1821) и Петербургской (1824) академий наук, английского Королевского общества.

В 1827 году опубликовал полную теорию поверхностей. Труды Гаусса по дифференциальной геометрии дали мощный толчок развитию этой науки на весь XIX век. Попутно он создал новую науку — высшую геодезию.



Исследования Кон-Фоссена относятся к дифференциальной геометрии в целом.

В работах Кон-Фоссена есть два основных направления: первые годы своей научной работы (1926—1929 гг.) он занимался вопросами изгибания поверхностей, затем, после некоторого перерыва в работе, он обращается к вопросам внутренней геометрии поверхностей, а именно, к исследованию полной кривизны и геодезических на открытых поверхностях.

Начало первому направлению исследований было положено теоремой Коши о жесткости выпуклого многогранника. Работа по этой теме была продолжена Гильбертом, Бляшке, Либманом и Вейлем. Кон-Фоссен впервые показал, что

существуют нежёсткие замкнутые поверхности.

Последние работы Кон-Фоссена посвящены геометрии в целом неограниченных незамкнутых поверхностей. Здесь он открыл связи между интегральной кривизной таких поверхностей и существованием на них «прямых», т. е. неограниченных линий, каждый кусок которых есть кратчайшая линия между его концами.

## Глава 2. Результаты экспериментов

### п.1 Опрос учащихся

Никогда не знаешь, что нас может удивить. Мы решили рассмотреть лист бумаги, который мы видим каждый день, и выяснить какие тайны в нем скрыты.

Для начала решили опросить учащихся 5-8 классов МБОУ «ООШ № 27» г. Абакана. Ребятам был предложен вопрос: «Какие действия можно произвести с бумагой?». Результат представлен на диаграмме.



**Вывод.** Оказывается, все опрошенные ребята ответили первым пунктом «писать». Также добавляли другие различные варианты и популярными среди них оказались «сгибание» и использование в поделках.

А нас интересуют иные «тайные» свойства бумаги.

В этом году среди учебных предметов появился новый – раздел математики «Геометрия». В частности, на уроках мы изучаем «Планиметрию» — раздел евклидовой геометрии, исследующий фигуры на плоскости. Мы решили рассмотреть лист бумаги как часть плоскости с точки зрения геометрии.

## Глава 2. Результаты экспериментов с листом бумаги

### Эксперимент № 1

**Цель эксперимента** – рассмотреть свойства листа бумаги при непрерывной деформации.

Возьмем лист бумаги и будем его сгибать. Этот лист можно свернуть в трубочку (рис.1), сделать «кулек» (рис. 2). У нас в руках окажется кусочек поверхности, форма зависит от того, как мы изогнем лист бумаги. Если же мы свернем лист бумаги вчетверо как носовой платок, без складок не обойтись (рис. 3). Еще общеизвестный факт, что листу бумаги нельзя придать сферическую форму, обернув, например, теннисный мячик (рис. 4).

**Определение.** Поверхности, которые можно представить как изогнутый лист бумаги, называются *развертывающимися*. [ википедия]

Из наших проведенных опытов следует, что «кулек» и трубочка будут являться развертывающимися поверхностями.

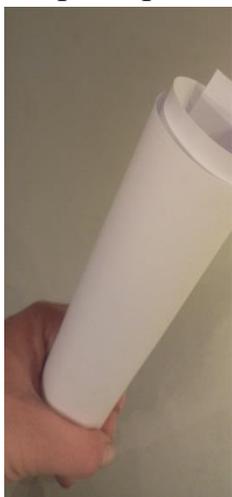


Рис. 1



Рис. 2



Рис. 3

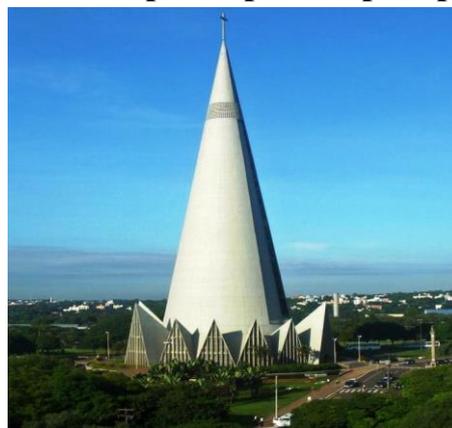


Рис. 4

**Примеры развёртывающихся поверхностей в трёхмерном пространстве:**



Здание Планетария Тихо Браге,  
Копенгаген



Собор — малая базилика  
Славной Богоматери в г. Маринга,  
Бразилия

## Эксперимент № 2

**Цель эксперимента** – рассмотреть свойства листа бумаги согласно свойств прямолинейных отрезков.

Если к изогнутому листу бумаги в любом месте приложить спицу (рис. 1.) так, чтобы она прилегалась к бумаге по целому отрезку, то эта спица будет являться прямолинейным отрезком. И таких отрезков можно провести бесконечное множество. Тогда развертывающаяся поверхность состоит из прямолинейных отрезков, содержащихся в ней целиком. Эти отрезки называются *прямолинейными образующими* или *просто образующими поверхности* (рис.2)

**Определение.** *Линейчатая поверхность* – поверхность образуемая совокупностью прямых по определенному закону. [ википедия]

Линейчатые поверхности на два вида разделяются: развертывающиеся и не развертывающиеся.

Из этого следует, что через каждую точку нашей поверхности проходит в точности одна прямолинейная образующая. Эти образующие составляют непрерывное семейство отрезков, заметающее нашу поверхность (рис.3). Некоторые из этих отрезков вырождаются в точки, лежащие на границах нашего куска поверхности.

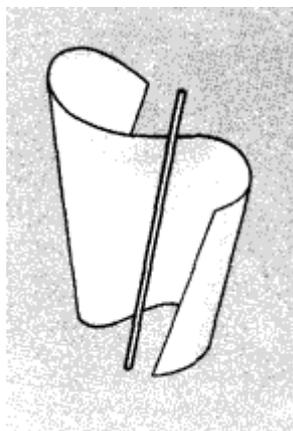


Рис. 1

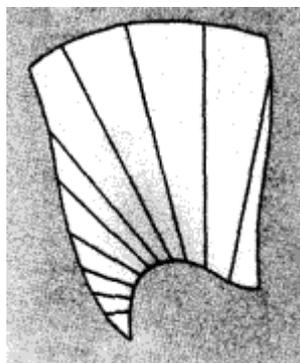


Рис. 2

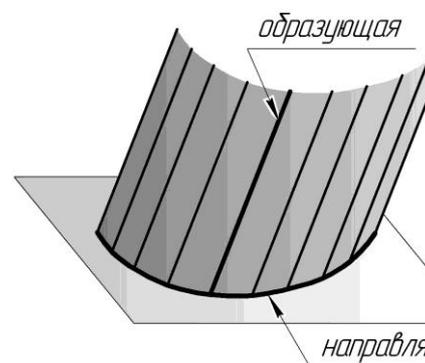


Рис. 3

### Эксперимент № 3

**Цель эксперимента** – рассмотреть свойства листа бумаги при неоднократном увеличении.

Увеличим мысленно разворачивающуюся поверхность до таких размеров, чтобы по ней можно было ходить, и пойдём по ней перпендикулярно образующим. Образующие касаются ребра возврата, и при нашем движении оно будет либо быстро удаляться от нас, либо быстро приближаться к нам, то есть происходит переход от одного состояния в другое. На рисунке мы видим образующие и ребро возврата.

**Определение.** *Ребро возврата* – один из типов особенностей дифференцируемых отображений многообразия евклидово пространство. [математическая энциклопедия] (рис. 1)

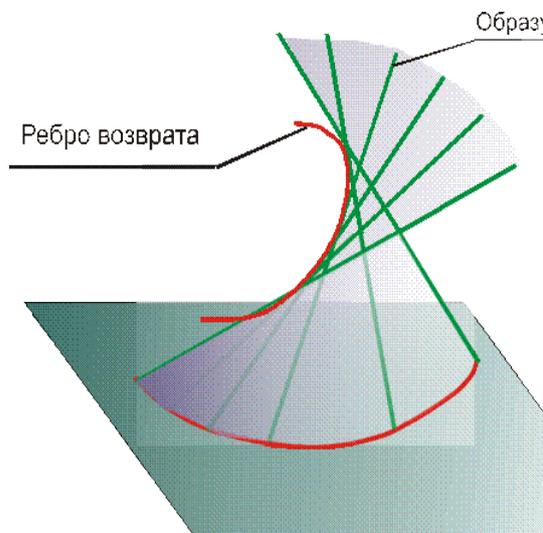


Рис. 1

Рассмотрим следующие рисунки. Такая поверхность получила название «Ласточкин хвост» – поверхность в трехмерном пространстве. Эта поверхность находит многочисленные применения в теории катастроф (раздел математики).

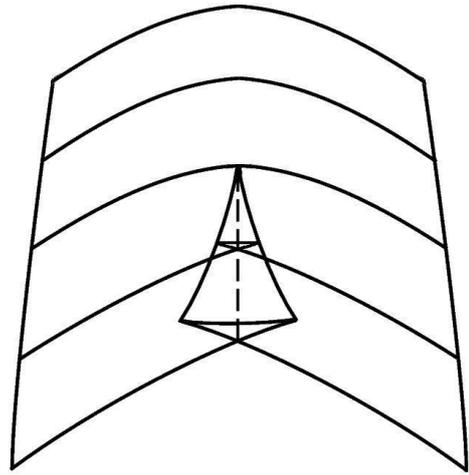
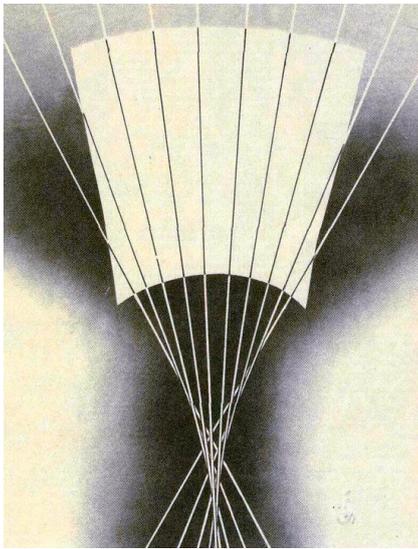


Рис. 2

В 1983 году испанский художник *Сальвадор Дали* под впечатлением от работ французского математика Рене Тома в области теории катастроф (раздел математики) написал картину «Ласточкин хвост». Мы видим кубическую параболу, стилизованные знаки интеграла и фрагменты музыкальных инструментов. Вся жизнь Сальвадора Дали была сплошной мистификацией, и даже последней его картиной стала загадка, которую будут пытаться разгадать будущие поколения.

## Заключение

1. Из изученной литературы выяснили историю развития бумаги, что она появилась за 3,5 тысячи лет до нашей эры, а листом бумаги как поверхности заинтересовался Иоганн Фридрих Гаусс – «король математики». Он же дал толчок в развитии геометрии поверхностей.

2. При опросе учащихся 5-9 классов МБОУ «ООШ № 27» о свойствах листа бумаги, получили следующие данные (диаграмма).



Все опрошенные ребята ответили, что бумага нужна для того, чтобы писать. Также добавлялись и другие варианты ответов. Но никто не предположил, что бумагу можно рассмотреть с точки зрения геометрии поверхностей.

3. Провели эксперименты с листом бумаги, предположив, что лист – это часть поверхности. Выяснили, что поверхности могут быть развертывающимися и не развертывающимися. Выяснили интересный факт про «Ласточкин хвост», который не только в геометрии изучался, но и в работах великих художников нашел место.

4. Эксперимент № 1 повторили с учащимися 6 класса на внеурочном занятии по математике. Равнодушных не осталось.

5. Изучение данной темы будет продолжено.