

Вид работы	научно-исследовательская работа
Предмет, класс	Математика, 8 класс
Тема работы	<u>Решение авторских задач о Хакасии с помощью кругов Эйлера</u>
Автор/коллектив авторов	<u>Угдыжекова Дарья Сергеевна</u>
Научный руководитель/консультант	<u>Болсуновская Ольга Валерьевна, учитель математики</u>
Образовательное учреждение	<u>МБОУ «СОШ №31», г.Абакан, ул. Лермонтова, д.26, стр.1, тел (3902) 305- 635, school_31.abakan@r-19.ru</u>

Введение	3
Глава 1. Круги Эйлера	4
1.1 Происхождение названия «Круги Эйлера»	4
1.2 Теоретические основы о кругах Эйлера	4
1.3 Решение олимпиадных задач с помощью кругов Эйлера	6
Глава 2. Использование материалов о Хакасии при составлении авторских задач с помощью кругов Эйлера	7
2.1 Выявление интереса учащихся к изучению краеведческого материала	10
Заключение	11
Литература	12
Приложение 1	13
Приложение 2	14

## **Актуальность исследования.**

Основная цель на уроках математики это научиться решать задачи. От умения правильно оформить краткую запись к ним, зачастую зависит способ и правильность её решения. Решая задачи, мы применяем различные приёмы и способы решения. Записать краткую запись – это возможность перерабатывать и преобразовывать необходимую информацию. Справиться с поставленной задачей может не каждый ученик. Чтобы научиться решать некоторые задачи можно использовать круги Эйлера.

Задачи, решаемые с помощью кругов Эйлера, предлагаются на математических олимпиадах, но в школьной программе такие задачи встречаются редко.

Ценность задач, решаемых с помощью кругов Эйлера, состоит в том, что решения задач с громоздкими условиями и со многими данными, просты и не вызывают особых умозаключений.

Я задумалась, а имеют ли такие задачи практический характер в современной жизни.

**Объект исследования:** круги Эйлера.

**Предмет исследования:** решение задач с помощью кругов Эйлера.

**Гипотеза:** возможно, что решение задач с помощью кругов Эйлера будет интересно школьникам, т. к. побуждает к самостоятельным мыслительным действиям и проявлению творчества при их решении.

**Цель:** показать широту применения решений комбинаторных задач с помощью кругов Эйлера для привития интереса учащихся к родному краю.

### **Задачи:**

- Узнать происхождение названия «круги Эйлера».
- Выявить особенности краткой записи условия задачи и их решение с помощью кругов Эйлера;
- Работать над составлением собственных задач на основе краеведческого материала.
- Составить сборник авторских задач.

В качестве методов исследования были использованы:

- а) теоретические: анализ литературы по проблеме исследования;
- б) практические: составление задач с использованием краеведческого материала,
- в) эмпирические - это составление диаграмм по результатам анкетирования школьников 7- 8 классов.

Ценность задач, решаемых с помощью кругов Эйлера, состоит в том, что решения задач с громоздкими условиями и со многими данными, просты и не вызывают особых умозаключений.

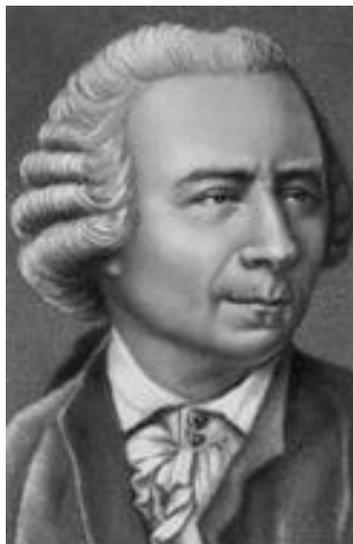
Уникальность работы состоит в том, что изучая литературу по теме исследования, мы нигде не встретили задач на основе материалов о Хакасии, чтобы они решались с помощью кругов Эйлера.

**Практическая значимость** состоит в том, что данная работа может быть использована учениками 7-8 классов на уроках математики, краеведения и во внеклассной работе.

## 1.1 Происхождение названия «Круги Эйлера»

Одним из первых, кто использовал для решения задач круги, был выдающийся немецкий математик и философ Готфрид Вильгельм Лейбниц (1646 – 1716). В его черновых набросках были обнаружены рисунки с кругами. Затем этот метод основательно развил швейцарский математик Леонард Эйлер (1707 – 1783).

Леонард Эйлер, крупнейший математик XVIII века, родился в Швейцарии. В 1727г. по приглашению Петербургской академии наук он приехал в Россию. Эйлер попал в круг выдающихся математиков, получил большие возможности для создания и издания своих трудов. Он работал с увлечением и вскоре стал, по единодушному признанию современников, первым математиком мира.



Научное наследие Эйлера поражает своим объемом и разносторонностью. В списке его трудов более 800 названий. Полное собрание сочинений ученого занимает 72 тома.

Последние 17 лет жизни Эйлера были омрачены почти полной потерей зрения. Но он продолжал творить так же интенсивно, как в молодые годы. Только теперь он уже диктовал ученикам, которые проводили за него громоздкие вычисления.

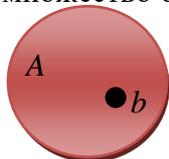
С 1761 по 1768 год им были написаны знаменитые «Письма к немецкой принцессе», где Эйлер как раз и рассказывал **о своем методе, об изображении множеств в виде кругов**. Именно поэтому рисунки в виде кругов, обычно называют «кругами Эйлера». Эйлер отмечал, что изображение множеств в виде кругов «очень подходит для того, чтобы облегчить наши рассуждения». Понятно, что слово «круг» здесь весьма условно, множества могут изображаться на плоскости в виде произвольных фигур.

После Эйлера этот же метод разрабатывал чешский математик Бернанд Больцано (1781 – 1848). Только в отличие от Эйлера он рисовал не круговые, а прямоугольные схемы. Методом кругов Эйлера пользовался и немецкий математик Эрнст Шредер (1841 – 1902). Этот метод широко используется в его книге «Алгебра логика».

## 1.2. Теоретические основы о кругах Эйлера.

Кругами Эйлера называют фигуры, условно изображающие множества и наглядно иллюстрирующие некоторые свойства операций над множествами. В литературе круги Эйлера иногда называют диаграммами Венна (или диаграммами Эйлера - Венна). Круги Эйлера иллюстрируют основные операции над множествами.

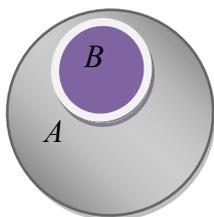
Множество представляет собой объединение некоторых объектов или предметов по каким-либо общим свойствам или законам. Например, множество пород деревьев в лесу, множество букв на странице книги, множество чётных чисел.



Множества состоят из элементов. Множество задается или перечислением его элементов, или указанием общего свойства элементов множества.

Например: элемент  $b$  принадлежит множеству  $A$  ( $b \in A$ ).

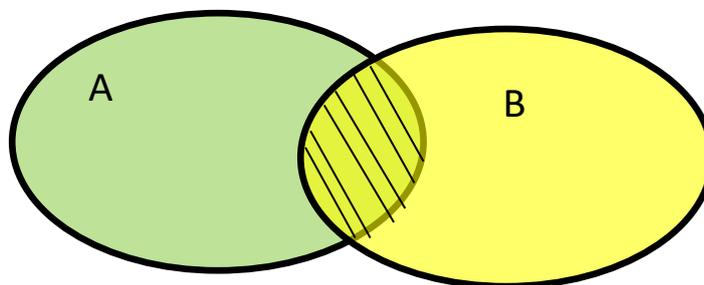
Множество, которое не содержит ни одного элемента, называется пустым множеством.



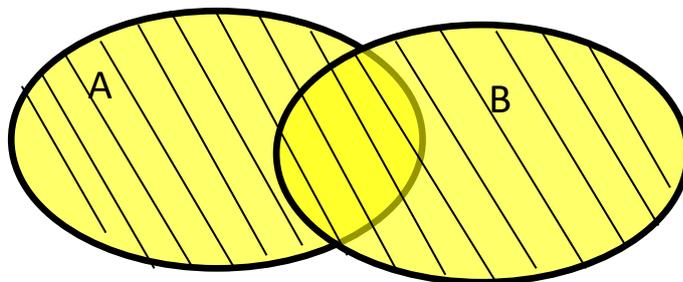
Если каждый элемент множества  $B$  является и элементом множества  $A$ , то множество  $B$  называется подмножеством множества  $A$  ( $B \subset A$ ).

Рассмотрим два множества, которые имеют общие элементы - множество точек закрашенной части круга.

1. Закрашенная часть круга содержит те и только те элементы, которые входят одновременно и в множество  $A$ , и в множество  $B$ . Значит, множество точек закрашенной части круга является пересечением множеств  $A$  и  $B$  ( $A \cap B$ )



2. Закрашенная часть круга состоит из тех элементов, которые входят хотя бы в одно из множеств  $A$  или  $B$ . Значит, множество точек закрашенной части круга является объединением множеств  $A$  и  $B$  ( $A \cup B$ )



Методом кругов Эйлера пользовался и немецкий математик Эрнст Шрёдер в книге «Алгебра логики». Особенного расцвета графические методы достигли в сочинениях английского логика Джона Венна, подробно изложившего их в книге «Символическая логика», изданной в Лондоне в 1881 году

Наиболее трудной темой для учащихся является «Логика». Решать логические задачи можно, в том числе, и с помощью кругов Эйлера.

### 1.3. Решение олимпиадных задач с помощью кругов Эйлера

#### Задача

В классе 33 ученика. 24 из них выписывают журнал «Весёлые картинки», а 14 – выписывают журнал «Мурзилка». Сколько учащихся выписывают оба журнала?

Решение.

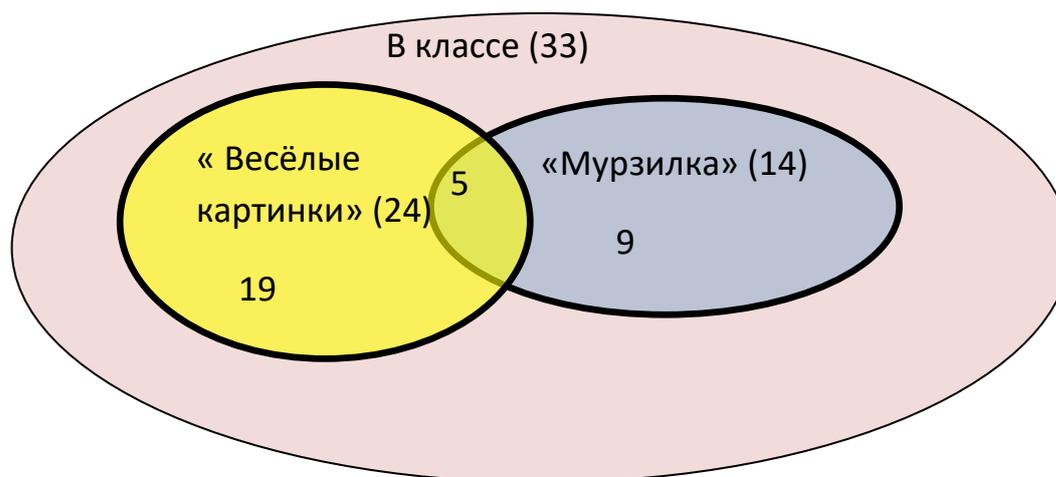
1)  $33-24=9$  (уч). – выписывают только «Мурзилку».

2)  $14-9=5$  (уч.)- выписывают оба журнала.

Ответ: 5 учеников.

Кроме ответа на вопрос задачи, с помощью этой диаграммы можно узнать следующую информацию.

$24-5=19$  (уч) -которые выписывают только «Весёлые картинки»



На этой схеме большой розовый круг означает число всех школьников в классе, о которых идёт речь (всего 33).

Жёлтый круг изображает школьников, выписавших «Весёлые картинки» (всего их 24), синий круг – выписавших журнал «Мурзилка» (всего их 14). В пересечении кругов стоит число 5 - это те, кто выписал сразу два журнала. Значит, **только** «Весёлые картинки» выписали  $24 - 5 = 19$  человек, а **только** журнал «Мурзилка» выписали  $14 - 5 = 9$  человек.

**Вывод:** Круги Эйлера позволяют наглядно увидеть решение на объединение или пересечение множеств и подтверждают слова автора «круги подходят для того, чтобы облегчить наши размышления».

## Глава 2. Составление и решение задач на основе краеведческого материала с помощью кругов Эйлера

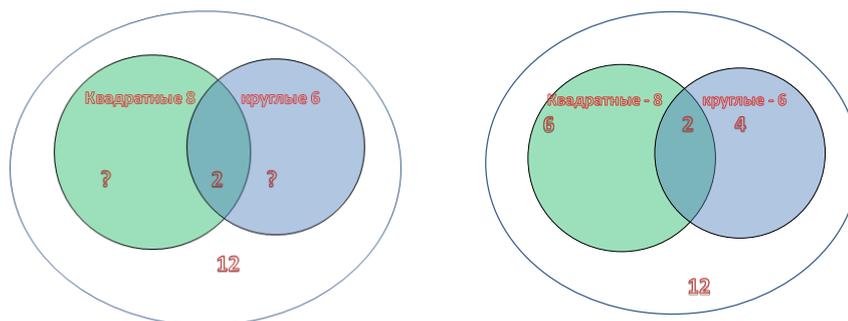
Мы изучили труды Бутанаева Виктора Яковлевича «Традиционная культура и быт хакасов», «Этническая культура хакасов» и другие, и на их основе составили авторские задачи с применением кругов Эйлера.

Числовые данные задачи состоят из очень большого или очень маленького количества. Выстроив данные в единую цепочку, можно увидеть, что решение задач подчиняется одному и тому же способу. Для решения задач, решаемых с помощью кругов Эйлера, был составлен алгоритм, состоящий из следующих этапов:

- Читаем условие задачи.
- Выполняем рисунок.
- Записываем данные в круги.
- Анализируем, рассуждаем, не забывая записывать результаты в части круга.
- Записываем ответ.

### Задача 1.

Хакасские девушки очень любили вышивать ковры, используя геометрический орнамент. 12 девушек вышивали ковёр, причём 8 девушек вышивали квадратные узоры, а 6 девушек – круглые узоры. Известно, что из них 2 девушки вышивали и круглые и квадратные орнаменты. Сколько девушек вышивали только квадратные узоры, и сколько девушек вышивали только круглые узоры?



**Решение:**

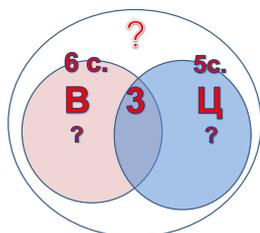
1)  $8-2=6$  (д.) – вышивали только квадратные узоры.

2)  $6-2=4$  (д.) - вышивали только круглые узоры.

**Ответ:** 6 девушек вышивали только квадратные узоры, а 4- вышивали только круглые узоры.

### Задача 2.

Сотрудниками заповедника Хакасский в 2016 году на территории озера Иткуль были замечены исчезающие виды птиц, занесённых в Красную книгу- это Серая цапля и Большая выпь. Шестеро из них видели выпей, а пятеро - цаплей. И только троим сотрудникам удалось заметить оба вида птиц. Сколько сотрудников заповедника занимались подсчётом птиц?

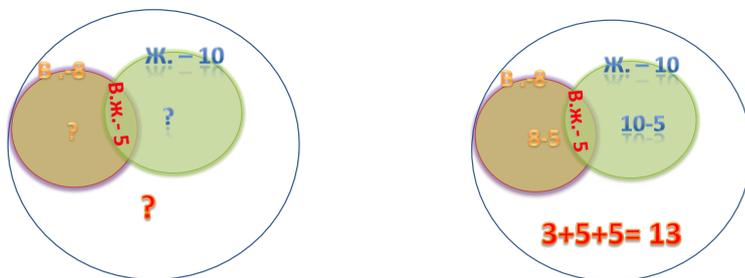


$6+5-3=8$  (с.) - заповедника занимались подсчётом птиц.

**Ответ:** 8 сотрудников заповедника занимались подсчётом птиц.

### Задача 3.

Кыштымы считались вечными должниками кыргызских князей. Кыргызские чазаны собирали дань со своих кыштымов не только соболями и бобрами, но и железными изделиями или предметами вооружения. Сколько всего человек заплатили дань своему князю, если известно, что 10 из них внесли подать железными изделиями. 8 человек заплатили предметами вооружения, а пятеро и железными изделиями и предметами вооружения?



#### I способ:

- 1)  $10-5=5$  (ч.)- заплатили только железными изделиями.
- 2)  $8-5=3$  (ч.) – заплатили только предметами вооружения.
- 3)  $3+5+5=13$  (ч.) – всего заплатили дань князю.

#### II способ:

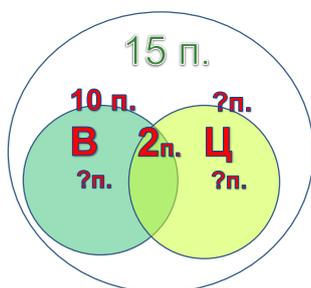
- 1)  $8+10-5=13$ (ч.) – всего заплатили дань князю.
- 2)  $13-8=5$ (ч.)- заплатили только железными изделиями.
- 3)  $13-10=3$  (ч.) – заплатили только предметами вооружения.

Ответ: 13 человек всего заплатили дань князю, из них пятеро только железными изделиями, а трое только предметами вооружения.

### Задача 4.

На территории озера Иткуль заповедника Хакасский в 2016 году были замечены исчезающие виды птиц, занесённые в Красную книгу- это Серая цапля и Большая выпь.

Известно, что орнитологам удалось увидеть по две пары в каждого вида за обустройством гнезда. Остальные птицы этих видов кормились на мелководье. Общее число пар птиц двух видов составило 15 пар. Сколько пар цапель было на озере, если известно, что выпей было замечено всего 10 пар? Сколько пар цапель занимались кормлением?

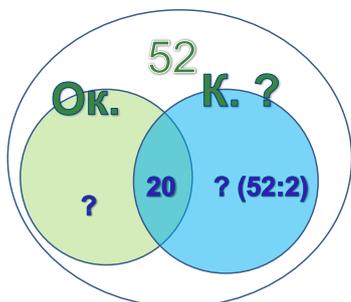


- 1)  $15-10=5$ (п.)- цапель всего.
- 2)  $10-2=8$  (п.)- выпей кормились.
- 3)  $5-2=3$  (п.)- цапель занимались кормлением.

Ответ: 5 пар цапель всего, из них 3 пары цапель занимались кормлением.

### Задача 5.

Мы с папой рыбачили на озере Матарак, рядом с озером Иткуль. Всего насчитали 52 рыбака. Каждый из них поймал либо карася, либо окуня, либо и то, и другое. Половина рыбаков поймали окуней, а 20 человек — и окуней и карасей. Сколько рыбаков поймали карасей?



1)  $52:2 = 26$ (р.) – поймали только карасей.

2)  $26-20 = 6$ (р.) – поймали только окуней.

3)  $20+26 = 46$ (р.) - поймали карасей.

**Ответ: 46 рыбаков поймали карасей.**

### Задача 6.

В конце мая – начале июня после перекочёвки скотоводов с зимника на летник, устраивается праздник первого айрана – Тун пайрам. Группа черногогорцев из 100 человек прибыли на праздник. Они разделились на 2 группы. Одна группа из 87 человек смотрела конные скачки, а вторая группа из 63 чел смотрела традиционную борьбу курес. Сколько черногогорцев посмотрели и скачки и борьбу, если каждый из них присутствовал по меньшей мере на одном мероприятии?

### Задача 7.

Именами животных хакасы называли не только месяцы, но и игры. В хакасской игре «Медвежий пень» в роли медведя выступили 6 ребят, в роли последнего ягнёнка было 9 ребят, а трое детей были и медведем и ягнёнком. Сколько всего ребят участвовало в игре?

### Задача 8.

Второклассники заполняли анкету с вопросами об их любимых постановках Хакасского кукольного театра «Сказка», который был открыт в 1979 году в г. Абакане. Оказалось, что популярными спектаклями в этом году стали «Холодное сердце» (В.Гауф) и «Бука» (М.Супонин). В нашем классе 33 ученика. «Холодное сердце» понравилось 20 детям, а «Бука» - 15 ребятам, при этом 4 ученика заболели и не посетили театр. Скольким ученикам понравились оба спектакля?

### Задача 9.

Обычно, в Хакасский национальный музей им. Л.Р. Кызласова, основанного в 1929 году, посетители покупают билеты либо на обзорную экскурсию, либо на тематическую. В один день было продано 57 билетов на обзорную экскурсию и 36 билетов на тематическую. Сколько всего было посетителей в этот день, если 12 человек купили билеты на обе экскурсии? Сколько человек посетили только обзорную экскурсию, а сколько посетили только тематическую?

### **Задача 10.**

В музей – заповедник «Сундуки», который находится в Орджоникидзевском и Ширинском районах республики Хакасия, на экскурсию отправились 20 человек из нашего класса, а на экскурсии в Бородинской пещере побывали 15 ребят. Причём спуститься в пещеру не захотели 3 ребят. Сколько ребят побывало на двух экскурсиях, если в классе было 28 человек?

### **Задача 11.**

В природный парк «Ергаки», который является туристским центром на Западном Саяне, отправились кататься 10 ребят. На сноуборде умеют кататься 5 ребят. На горных лыжах – 4 детей, а сразу на сноуборде и горных лыжах умеют кататься 3 школьников. Сколько ребят не умело кататься ни на сноуборде, ни на лыжах?

**Вывод:** подводя итог можно сказать, что такой простой способ оформления столь сложной задачи возможен с помощью кругов Эйлера. Он позволяет наглядно и быстро решить задачу.

## **2.1. Выявление интереса учащихся к изучению краеведческого материала**

Нами было проведено исследование.

Цель данного исследования: заключалась в выявлении проявления интереса у учащихся к решению задач с использованием кругов Эйлера.

Чтобы доказать выдвинутую нами гипотезу, было проведено анкетирование 50 учащихся 7 и 8 классов Абаканской школы № 31.

Цель анкетирования:

1. Выявить, проявляется ли интерес к изучению родного края на уроках математики.
2. Установить, решение каких задач вызывает больший интерес (из учебника или содержащих краеведческий материал республики Хакасия).

Данные показали:

- При определении уровня проявленного интереса к изучению родного края выявлено, что 12 % учащихся не проявили интереса, т.к. не предполагают, как на уроке математики можно изучать историю родного края, 72 % считают, что это очень интересно, 16% ответили, что хотели бы решать такие задачи, но не представилась возможность.
- Решение задач с использованием краеведческого материала вызвало больший интерес, чем решение задач из учебника у 92% учащихся.

На основе проведённого нами исследования мы получили возможность свидетельствовать о том, что многие учащиеся интересуются историей своего края.

**Таким образом,** полученные данные в ходе исследования подтверждают выдвинутую нами гипотезу: что решение задач с помощью кругов Эйлера будут интересны школьникам, т. к. побуждают к самостоятельным мыслительным действиям и проявлению творчества при их решении. А ещё нам удалось составить авторский сборник задач и подарить учителям математики восьмых классов.

## **Заключение**

В результате проведенного теоретического и практического исследования в соответствии с его целью и задачами получены следующие выводы:

Некоторые задачи олимпиадного характера состоят из множества данных. Выстроив данные в единую цепочку, можно увидеть, что решение задач подчиняется одному и тому же алгоритму. Нам удалось составить 11 задач, которые помогут школьникам не только научиться их решать, а так же ближе узнать свою малую Родину.

Задачи с использованием краеведческого материала способствуют повышению интереса к предмету, побуждают к изучению и культуры хакасского, русского и других народов, способствует развитию математических способностей.

## Литература

1. Бутанаев В.Я. Традиционная культура и быт хакасов. – Абакан, 1999-21с.
2. Бутанаев В.Я. Этническая культура хакасов. – Абакан, 1999 – 250 с.
3. Баженов И.И., Порошкин А.Г. и др. Задачи для школьных математических кружков. Сыктывкар, 1994.
4. Гусев В.А., Орлов А.И., Розенталь А.Л. «Внеклассная работа по математике». М.: Просвещение, 1984.
5. Петерсон Л. Г. Математика. 2 класс. – М.:Ювента, 2012.
6. Пустовалова Г.П. Исторический материал на уроках математики // Начальная школа.-2004-№6, -с.70
7. Фрибус Е.А. Нумерация древних Хакасов //Ежегодник ИСАТ № 1 – Абакан: Издательство ХГУ им. Катанова, 1997 – с. 112-119.

## Приложение 1.

### Анкетирование учащихся.

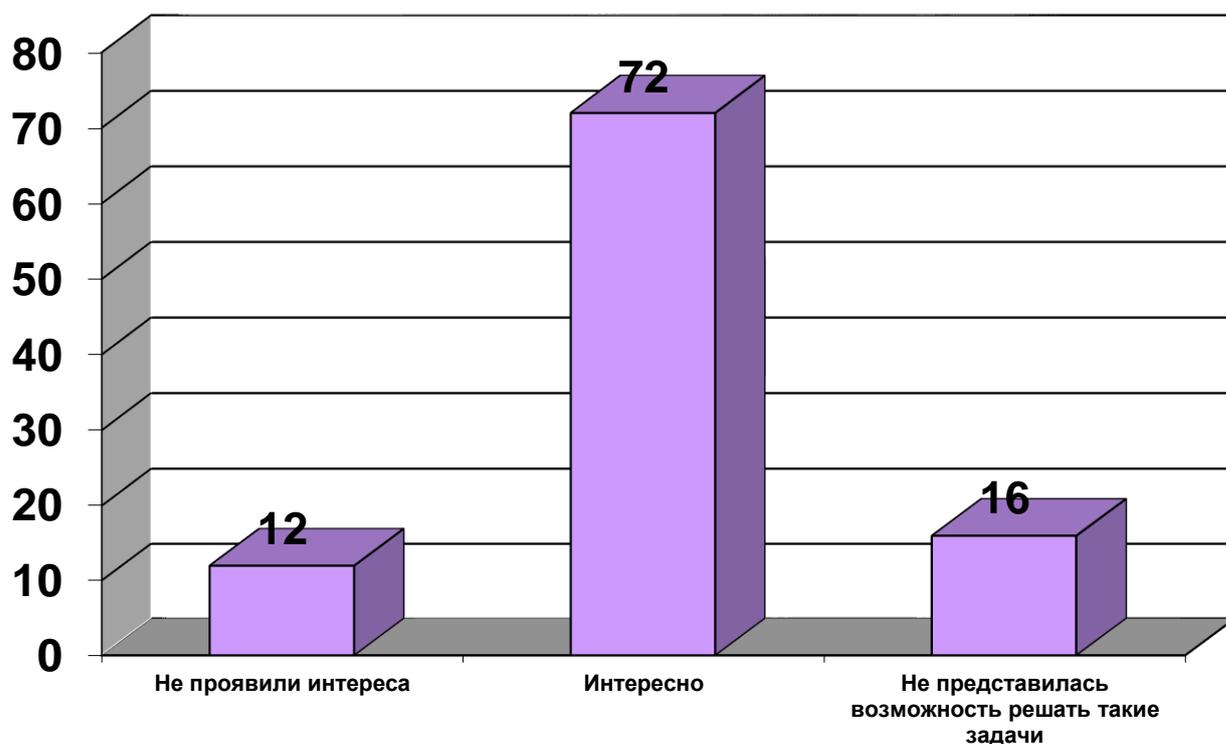
#### **Цель анкетирования:**

1. Выявить, проявляется ли интерес к изучению родного края на уроках математики.
2. Установить, решение каких задач вызывает больший интерес (из учебника или содержащих краеведческий материал о республике Хакасия).

#### **Вопросы к анкете.**

1. Интересуетесь ли вы изучением родного края на уроках математики?
2. Приходилось ли вам решать задачи на основе краеведческого материала?
3. Как Вы считаете, интереснее решать задачи из учебника или содержащие материал о республике Хакасия?

Диаграмма проявления интереса к изучению материалов о Хакасии на уроках математики.



Вывод: полученные данные подтверждают, что задачи с использованием краеведческого материала интересны школьникам 7 – 8 классов.