Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
города Абакана «Средняя общеобразовательная школа №31»

**<u>Секция: Математика</u>**

# Метод математической индукции

Марьина Е. С.
Ученицы 11 В класса МБОУ
«СОШ №31»
Учитель: Болсуновская О.В.

Абакан 2023

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение……………………………………………………………….…...2

Индукция и дедукция…………………………………………………….…..4

Ложная индукция………………………………………………….…….4

Полная и неполная индукция……………………………………………..5

Математическая индукция…………………………………………………6

Теорема математической индукции……………………………………..6

Примеры решения задач данным способом……………………..…………….8

Метод математической индукции в решении задач на делимость………………8

Доказательство тождеств………………………………………………..8

Метод математической индукции в решении задач на геометрическую прогрессию……………………………………………………………10

Задачи реальной действительности……………………………………11

Применение метода математической индукции к суммированию рядов………12

Математическая индукция с определенного числа…………….…...…….….………14

Математическая индукция в неравенствах………………………………15

Заключение……………………………………………………..……17

Вывод……………………………………………………………………..18

Библиографический список………………………………………………..19

## ВВЕДЕНИЕ

Одной из отличительных черт математики является дедуктивное построение теории. Но дедукция не является единственным методом научного мышления. В экспериментальных науках велика роль индуктивных выводов. В математике индукция часто позволяет угадать формулировку теорем, а в ряде случаев и наметить пути доказательств. При выборе темы проекта я отталкивалась от того, что часто встречается в олимпиадных заданиях и поможет ученикам с их выполнением. В данной работе будет проведён разбор метода математической индукции и рассмотрены задачи, которые чаще всего встречаются в школьном курсе по математике, и их решения.

Актуальность: Наверняка мало кто знает об этом методе решения заданий, так как в школьных учебниках по математике эта тема почти не затрагивается, в интернете также непросто найти что-либо стоящее по этой теме. Узнав об этом методе можно расширить свои математические знания.

Проблема: Отсутствие знаний у большинства учеников старших классов о том, как решать задачи на доказательство истинности некоторого утверждения для всех натуральных чисел.

Гипотеза: Метод математической индукции является наиболее эффективным и верным способом решения задач на доказательство повышенной сложности.

Объект исследования: Метод математической индукции.

Предмет исследования: Задачи, в которых применяется данный метод.

Цель работы: Изучить метод математической индукции и выявить возможность решения некоторых задач, используя этот метод индукции.

Задачи: 1) Дать определение понятию «Математическая индукция» и изучить её принципы.

2) Выяснить, в каких заданиях применим данный метод.

3) Привести примеры решения задач рассматриваемым методом.

4) Выявить проблемы, возникающие при решении задач.

## Что такое индукция?

Индукцией называется логический переход от какого-либо частного положения к общим утверждениям (Примером частного положения может послужить утверждение «98 делится нацело на 2». Примером общего - «Все числа, которые оканчиваются на ноль, либо на чётное число делятся нацело на 2».). Данное понятие широко распространено во многих науках: в логике, в экономике, в философии, в биологии, в химии, в юридических науках и так далее. Конечно же, этот термин встречается и в математике. Именно этот случай я собираюсь рассмотреть в ходе моего проекта. Обратным же переходом от общих рассуждений к частным является дедукция (Примером дедукции может послужить следующее выражение: «если сумма всех углов треугольника равна 180 градусам, то и сумма всех углов прямоугольного треугольника равна 180 градусам.»).

Индуктивный подход к решению обычно начинается с анализа и сравнения данных наблюдения. Многократность повторения какого-либо факта подводит к индуктивному обобщению. Однако, результат, полученный таким способом, нельзя назвать обоснованным, ведь известно множество случаев, когда этот способ не работал. Выходит, что индукция может привести как к верным выводам, так и к ложным.

Рассмотрим примеры ложной индукции:

1) Рассмотрим алгебраическое выражение $f(n) = n^2 + n + 41$ при натуральных значениях параметра n.

Возьмём n=1, 2, 3, 4, 5, …, 39.

В таком случае все значения $f(n)$ будут являться простыми числами 43, 47, 53, 61, 71,…, 1601 (т.е. числами, которые могут делиться только сами на себя, либо на единицу), в чем мы можем убедиться непосредственным вычислением. И вот, казалось бы, что формула простого числа найдена. Однако это не так. Леонард Эйлер (1601г.-1665г.) подставил следующее значение n и получил $f(40) = 41^2$, оно не является простым, поэтому утверждение в общем виде является ложным.

2) Было известно, что $(2^{p-1} - 1)$ не кратно $p^2$ для любых простых чисел, которые меньше 1000. Основываясь на это, советский математик Дмитрий Александрович Граве (1863-1939) сделал предположение, что это верно и для всех простых чисел. Спустя много лет, используя мощные вычислительные машины, было доказано, что $(2^{1092} - 1)$ делится нацело на $1093^2$, предположение советского математика было ошибочным.

3) Рассмотрим алгебраическое выражение $f(n) = 2^{2^n} + 1$

Пьер Ферма (1707г.-1783г.), проведя непосредственные вычисления при значениях $n = 0, 1, 2, 3, 4$, посчитал, что результат всех вычислений - простое число. Леонард Эйлер, как и в первом примере ложной индукции, подставил следующее число и опроверг утверждение Ферма. Действительно, $f(5) = 2^{2^5} + 1 = 641 \cdot 6700417$ - составное число.

4) Ученые долгое время пытались найти значение $n$ для выражения $f(n) = 991n^2 + 1$ , при котором $f(n)$ является квадратом конкретного натурального числа. Они терпели многократные неудачи в своих поисках и предполагали, что таких значений $n$ не существует. Но их предположения

оказались ложными. Недавно выяснилось, что при $n =$ $12055735790331359447442538767$ $991n^2 + 1$ - квадрат числа $n$.

Данные примеры убедительно показывают, что утверждения, верные в целом ряде случаев, могут быть в то же время неверными вообще. В данных примерах вывод делается после разбора лишь нескольких значений переменной, не охватывающих всех возможных случаев. Такой метод называется неполной (несовершенной) индукцией. Этот метод, как мы заметили, не приводит к надёжным результатам, однако, он позволяет нам сформулировать гипотезу, которую мы сможем в дальнейшем доказать или опровергнуть. Полной же индукцией называется метод, который предполагает рассмотрение всех возможных случаев, на основании которых делается вывод.

Но каким же образом можно узнать, верно ли утверждение в общем случае, если известно, что утверждение верно в ряде частных случаев, а перебрать все значения попросту невозможно? Ответ на этот вопрос - метод математической индукции.

## Метод математической индукции

Математической индукцией называется логический переход от верности ряда частных утверждений к общим выводам, т.е. от верности при конкретных значениях n к верности при любых натуральных значениях n. Метод математической индукции относится к одному из самых важных методов математических доказательств. С его помощью можно решать параметризованные некоторой переменной (переменной индукции) задачи на доказательство тождеств и неравенств, задачи на суммирование, задачи на делимость выражения на какое-либо число.

Теорема математической индукции формулируется таким образом:

Утверждение $\varphi(n)$ является верным при любых натуральных числах n, если выполняются два следующих условия:

1)$\varphi(n)$ - истинно при $n = 1$ (База индукции или базис)

2) Возьмём утверждение при $n = k$ за верное (Индуктивное предположение), тогда оно должно быть верным и при $n = k + 1$ (Индуктивный переход).

Докажем эту теорему методом от обратного:

Сделаем предположение, что из выполнения условий теоремы следует, что утверждение верно не для каждого натурального числа. Значит существует $n = m$ для которого утверждение $\varphi(m)$ есть ложное. Для любого $n < m$ выражение будет истинным, так как $m$ - первое число, при котором утверждение неверно. $m > 1$ так как если $n = 1$, то утверждение $\varphi(n)$ является верным. Из всего этого следует, что при $m - 1$ утверждение $\varphi(m - 1)$ является верным, а для следующего за числом $m - 1$ числа $m$ - ложно, что является противоречивым для верности индуктивного перехода в теореме математической индукции. Это противоречие доказывает, что из истинности условий теоремы математической индукции не может быть такого числа $m$, для которого утверждение $\varphi(m)$ неверно.

Теперь рассмотрим ситуации, когда один из пунктов теоремы математической индукции будет упущен:

1) Если мы упустим второй пункт теоремы, то итог будет крайне нелепым: будет выходить, что каждое утверждение, верное для единицы будет верно и для всех натуральных чисел. Например $2n + 1 \vdots 3$ будет истинно для единицы, но для числа 2 уже неверно.

2) Первый этап не менее важен. Если его упустить и начать доказывать истинность, например, выражения $2n + 1 \vdots 2$, то уже на этапе индуктивного предположения возникнут странности, ведь $2k + 1$ не может быть четным, так как $2k$- чётное число, а сумма четного числа и единицы не может являться чётной. С индуктивным переходом возникнет аналогичная ситуация, ведь $2(k + 1) + 1$ тоже не может быть чётным. Выходит, что, если упустить первый пункт теоремы математической индукции, всё остальное попросту не будет иметь значения, так как мы попытались обобщить индуктивным переходом утверждение, в истинности которого для частных случаев предварительно не убедились.

**Рассмотрим несколько примеров задач и их решения**

**Метод математической индукции в решении задач на делимость.**

С помощью метода математической индукции можно доказывать различные утверждения, касающиеся делимости натуральных чисел.

Следующее утверждение можно сравнительно просто доказать. Покажем, как оно получается с помощью метода математической индукции.

Если n – натуральное число, то число четное. При n=1 наше утверждение истинно: - четное число. Предположим, что - четное число. Так как , а 2k – четное число, то и четное. Итак, четность доказана при n=1, из четности выведена четность. Значит, четно при всех натуральных значениях n.

**Доказательство тождеств**

Доказать, что при любом натуральном n справедливо равенство

1) Проверим, что это тождество верно при n = 1.;- верно.

2) Пусть тождество верно и для n = k, т.е.

3)Докажем, что это тождество верно и для n = k + 1, т.е.

Что и требовалось доказать.

Пример №1

Докажем, что $s_n = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)}$ при любых натуральных значениях $n$

Сначала попытаемся выдвинуть какую-либо гипотезу, а затем попробуем доказать её верность.

$s_n = a_1 + a_2 + a_2 + \cdots + a_k + a_{k+1} + \cdots + a_n$ , тогда вычислим:

$$s_1 = a_1 = \frac{1}{1 \cdot 2} = \frac{1}{2}$$

$$s_2 = a_1 + a_2 = s_1 + a_2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{2 \cdot 3} = \frac{3+1}{2 \cdot 3} = \frac{2}{3}$$

$$s_3 = a_1 + a_2 + a_2 = s_2 + a_3 = \frac{2}{3} + \frac{1}{3 \cdot 4} = \frac{8+1}{3 \cdot 4} = \frac{3}{4}$$

Получаем закономерность, в которой в каждом следующем числе числитель и знаменатель увеличивается на единицу. Это можно записать в таком виде: $s_n = \frac{n}{n+1}$ (Гипотеза выдвинута).

Теперь проверим данную гипотезу по теореме МИ:

1) База индукции

Подставляем единицу вместо $n$ в выражения а)$s_n = \frac{n}{n+1}$ и б) $s_n = \frac{1}{n(n+1)}$.

а)$s_1 = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$

б) $s_1 = \frac{1}{1(1+1)} = \frac{1}{2}$

2) Индукционное предположение

$n = k$

$$s_k = \frac{k}{k+1}$$

3) Индуктивный переход

Докажем, что $s_{k+1} = \frac{k+1}{(k+1)+1} = \frac{k+1}{k+2}$

$$s_k = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \cdots + \frac{1}{k \cdot (k+1)}$$

$$s_{k+1} = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \cdots + \frac{1}{k \cdot (k+1)} + \frac{1}{(k+1) \cdot (k+2)}$$

Получается, что $s_{k+1} = s_k + \frac{1}{(k+1)\cdot(k+2)}$, т.е. $s_{k+1} = \frac{k}{k+1} + \frac{1}{(k+1)\cdot(k+2)} = \frac{k^2+2k+1}{(k+1)\cdot(k+2)} = \frac{(k+1)^2}{(k+1)\cdot(k+2)} = \frac{k+1}{k+2}$

Мы доказали, что $s_{k+1} = \frac{k+1}{k+2}$, т.е. доказали верность индуктивного перехода.

Оба условия теоремы оказались соблюдены, значит выражение $s_n = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)}$ истинно при любых натуральных значениях $n$.

## Пример №2

Докажем тождество $\frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+x^2} + \cdots + \frac{2^n}{1+x^{2^n}} = \frac{1}{x-1} + \frac{2^{n+1}}{1-x^{2^{n+1}}}$

1) База индукции

Пусть $n = 1$

Тогда в левой части будет $\frac{1}{1+x}+\frac{2}{1+x^2} = \frac{x^2+2x+3}{(1+x)(1+x^2)}$;

В правой $\frac{1}{x-1} + \frac{2^2}{1-x^{2^2}} = \frac{1}{x-1} + \frac{4}{(1-x^2)(1+x^2)} = \frac{-(1+x)(1+x^2)+4}{(1-x)(1+x)(1+x^2)} = \frac{-x^3-x^2-x+3}{(1-x)(1+x)(1+x^2)} = \frac{(1-x)(x^2+2x+3)}{(1-x)(1+x)(1+x^2)} = \frac{x^2+2x+3}{(1+x)(1+x^2)}$.

База индукции оказалась верна.

2) Индукционное предположение

Пусть $n = k$, тогда

$\frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+x^2} + \cdots + \frac{2^k}{1+x^{2^k}} = \frac{1}{x-1} + \frac{2^{k+1}}{1-x^{2^{k+1}}}$

3) Индуктивный переход

Докажем, что $\frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+x^2} + \cdots \frac{2^k}{1+x^{2^k}} + \frac{2^{k+1}}{1+x^{2^{k+1}}} = \frac{1}{x-1} + \frac{2^{(k+1)+1}}{1-x^{2^{(k+1)+1}}}$.

$\frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+x^2} + \cdots \frac{2^k}{1+x^{2^k}} + \frac{2^{k+1}}{1+x^{2^{k+1}}} = \frac{1}{x-1} + \frac{2^{k+1}}{1-x^{2^{k+1}}} + \frac{2^{k+1}}{1+x^{2^{k+1}}} = \frac{1}{x-1} + \frac{2^{k+1}\cdot\left(1+x^{2^{k+1}}\right)+2^{k+1}\cdot\left(1-x^{2^{k+1}}\right)}{\left(1-x^{2^{k+1}}\right)\left(1+x^{2^{k+1}}\right)} = \frac{1}{x-1} + \frac{2^{k+2}}{1-x^{2^{k+2}}}$ .

Индуктивный переход оказался верен.

Оба условия теоремы оказались соблюдены, значит выражение $\frac{1}{1+x}+\frac{2}{1+x^2}+\cdots+\frac{2^n}{1+x^{2^n}}=\frac{1}{x-1}+\frac{2^{n+1}}{1-x^{2^{n+1}}}$ является истинным при любых значениях $n \in N$.

**Метод математической индукции в решении задач на геометрическую прогрессию.**

Пример№3.

Докажем, что общий член геометрической прогрессии равен

$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, методом математической индукции.

1) Проверим, что данное утверждение верно при $n = 1$:

$a_1 = a_1 \cdot q^0$

$a_1 = a_1 \cdot 1$

$a_1 = a_1$

левая часть = правой части.

2) Предположим, что данное утверждение верно, при $n = k$:

$a_k = a_1 \cdot q^{k+1}$

3) И, докажем, что данное утверждение верно при $n = k + 1$:

$a_{k+1} = a_1 \cdot q^k$

Доказательство:

$a_{k+1} = a_k \cdot q = a_1 \cdot q^{k-1} \cdot q = a_1 \cdot q^k$ ,что и требовалось доказать.

Оба условия принципа математической индукции выполняются и поэтому формула $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ верна для любого натурального числа $n$.

**Задачи реальной действительности**

Имеется лестница, все ступени которой одинаковы. Требуется указать минимальное число положений, которые гарантировали бы возможность «забраться» на любую по номеру ступеньку.

Все согласны с тем, что должно быть условие. Мы должны уметь забраться на первую ступень. Далее должны уметь с 1-ой ступеньки забраться на вторую. Потом во второй – на третью и т.д. на n-ую ступеньку. Конечно, в совокупности же «n» утверждений гарантирует нам то, что мы сможем добраться до n-ой ступеньки.

Посмотрим теперь на 2, 3,…., n положение и сравним их друг с другом. Легко заметить, что все они имеют одну и ту же структуру: если мы добрались до k ступеньки, то можем забраться на (k+1) ступеньку. Отсюда становится естественной такая аксиома для справедливости утверждений, зависящих от «n»: если предложение A(n), в котором n – натуральное число, выполняется при n=1 и из того, что оно выполняется при n=k (где k – любое натуральное число), следует, что оно выполняется и для n=k+1, то предположение A(n) выполняется для любого натурального числа n.

**Применение метода математической индукции к суммированию рядов.**

Доказать формулу

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^3,$$

n - натуральное число.

Решение.

При n=1 обе части равенства обращаются в единицу и, следовательно, первое условие принципа математической индукции выполнено.

Предположим, что формула верна при n=k, т.е.

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3 = \left(\frac{k(k+1)}{2}\right)^2.$$

Прибавим к обеим частям этого равенства и преобразуем правую часть. Тогда получим

$$1^3 + 2^3 + \dots + k^3 + (k+1)^3 + \left(\frac{k(k+1)}{2}\right)^2 + (k+1)^3 = (k+1)^2 \cdot \left(\frac{k^2}{4} + k + 1\right) =$$

$$= \left(\frac{k+1}{2}\right)^2 (k^2 + 4k + 4) = \left(\frac{(k+1)(k+2)}{2}\right)^2$$

Таким образом, из того, что формула верна при n=k, следует, что она верна и при n=k+1. Это утверждение справедливо при любом натуральном значении k. Итак, второе условие принципа математической индукции тоже выполнено. Формула доказана.

Пример №4

В этой задаче нам требуется найти формулу суммы и доказать её верность.

$S_n = \frac{1}{1\cdot4} + \frac{1}{4\cdot7} + \frac{1}{7\cdot10} + \ldots$

Рассмотрим знаменатели и заметим закономерность 1, 4, 7, 10…

Эта последовательность ни что иное, как арифметическая прогрессия, где $a_1 = 1, d = 3$ и $a_n = 1 + (n-1)\cdot 3 = 3n - 2$, тогда $a_{n+1} = 3n + 1$. $n$-й член данного ряда будет равен $\frac{1}{(3\mathrm{n}-2)(3n+1)}$.

Получим:

$$S_1 = \frac{1}{4}$$

$$S_2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4\cdot7} = \frac{2}{7}$$

$$S_3 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4\cdot7} + \frac{1}{7\cdot10} = \frac{3}{10}$$

Выходит, что числитель является номером $n$ слагаемого, а знаменатель - арифметической прогрессией. В таком случае $S_n = \frac{n}{3n+1}$ . Гипотеза выдвинута, теперь докажем её верность.

1) База индукции

$n = 1$

$\frac{1}{1\cdot4} = \frac{1}{1\cdot(3+1)}$

$\frac{1}{4} = \frac{1}{4}$ => база индукции верна

2) Индукционное предположение

$n = k$

$$S_k = \frac{k}{3k+1}$$

3) Индуктивный переход

$$S_{k+1} = \frac{k+1}{3(k+1)+1} = \frac{k+1}{3k+4}$$

$$S_{k+1} = S_k + \frac{1}{(3k+1)(3k+4)} = \frac{k+1}{3k+4} + \frac{1}{(3k+1)(3k+4)} = \frac{(3k+1)(k+1)}{(3k+1)(3k+4)}$$
$$= \frac{(k+1)}{(3k+4)} = \frac{k+1}{3(k+1)+1}$$

Индуктивный переход является истинным.

Оба условия теоремы оказались соблюдены, значит выражение $S_n = \frac{n}{3n+1}$ является истинным при всех натуральных значениях $n$ .

## Математическая индукция, начиная с определенного числа

Некоторые утверждения справедливы не для всех натуральных значений $n$, а лишь для натуральных $n$, начиная с некоторого числа $p$. Такие утверждения можно доказать немного изменённым методом математической индукции, но вполне аналогичным ему:

Утверждение $\varphi(n)$ будет верным при любых натуральных числах n, начиная с $p$, если выполняются два следующих условия:

1) Утверждение будет являться верным при $n = p$.

2) Из справедливости этого утверждения при $n = k$ для $k \geq p$ будет вытекать верность утверждения при $n = k + 1$.

Пример №5

Докажем, что при всех натуральных значений $n > 1$ справедливо равенство $\left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{9}\right) \cdot \ldots \cdot \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) = \frac{1+n}{2n}$.

Если мы возьмём $n = 1$, то утверждение будет неверным, так как в левой части мы получим $1 - \frac{1}{1} = 1 - 1 = 0$, а в правой $\frac{1+1}{2} = \frac{2}{2} = 1$. $0 \neq 1$.

1) База индукции

Возьмём $n = 2$. В левой части будет $1 - \frac{1}{2^2} = \frac{3}{4}$, а в правой $\frac{1+2}{4} = \frac{3}{4}$. $\frac{3}{4} = \frac{3}{4}$.

База индукции верна.

2) Индуктивное предположение

Пусть $n = k$, тогда $\left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{9}\right) \cdot \ldots \cdot \left(1 - \frac{1}{k^2}\right) = \frac{1+k}{2k}$.

3) Индуктивный переход

$n = k + 1$, $\left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{9}\right) \cdot \ldots \cdot \left(1 - \frac{1}{(k+1)^2}\right) = \frac{k+2}{2k+2}$.

$P_{k+1} = \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{9}\right) \cdot \ldots \cdot \left(1 - \frac{1}{(k+1)^2}\right) = \frac{k+2}{2k+2}$ .

$P_{k+1} = P_k \cdot \left(1 - \frac{1}{(k+1)^2}\right) = \frac{k+1}{2k} \cdot \frac{(k+1)^2-1}{(k+1)^2} = \frac{k+2}{2k+2}$.

Индуктивный переход верен. Значит равенство справедливо для любого натурального n>1.

## Индукция в неравенствах

С индукцией в неравенствах точно также, как и с обычной индукцией. Утверждение будет верно, если

1) $\varphi(n)$- истинно при $n = 1$.

2) Из верности $\varphi(k)$ следует, что и $\varphi(k+1)$ тоже верно.

Пример №6

Докажем, что $2^{n+1} > 2n + 1$ для любого натурального числа $n$.

1) База индукции

Пусть $n = 1$. Тогда $2^2 > 2 + 1$ или $4 > 3$.

База индукции истинна.

2) Индуктивное предположение

$n = k$, тогда $2^{k+1} > 2k + 1$.

3) Индуктивный переход

$n = k + 1$, тогда $2^{k+2} > 2k + 3$.

Из индуктивного предположения $2^{k+1} > 2k + 1$, умножаем левую и правую части неравенства на 2.

$2(2^{k+1}) > 2(2k + 1)$.

$2(2^{k+1}) > (2k + 3) + (2k - 1)$.

Если $a > b + c$ , то в таком случае $a > b$ при $c > 0$.

Из этого следует, что $2k - 1 > 0$ при $k > 1$ $2^{k+2} > 2k + 3$.

Итак, мы доказали истинность базы индукции и индуктивного перехода, таким образом $2^{n+1} > 2n + 1$ для любого натурального числа $n$.

## Заключение.

Итак, индукция (от лат. inductio — наведение, побуждение) — одна из форм умозаключения, приём исследования, применяя который от знания отдельных фактов приходят к общим положениям. Индукция бывает полная и неполная. Метод неполной индукции состоит в переходе к универсальной формулировке после проверки истинности частных формулировок для отдельных, но не всех значений n. Применяя полную индукцию, мы лишь тогда считаем себя вправе объявить об истинности универсальной формулировки, когда убедились в её истинности для каждого без исключения значения n. Метод математической индукции – метод доказательства, основанный на принципе математической индукции. Он позволяет в поисках общего закона испытывать гипотезы, отбрасывать ложные и утверждать истинные. Метод математической индукции является одной из теоретических основ при решении задач на суммирование, доказательстве тождеств, доказательстве и решении неравенств, решении вопроса делимости, при изучении свойств числовых последовательностей, при решении геометрических задач и т. д.

Знакомясь с методом математической индукции, я изучала специальную литературу, консультировалась с педагогом, анализировала данные и решения задач, пользовалась ресурсами интернета, выполняла необходимые вычисления.

## Вывод

В ходе работы я узнала, чтобы решать задачи методом математической индукции нужно знать и понимать основной принцип математической индукции.

Достоинством метода математической индукции является его универсальность, так как с помощью этого метода можно решить многие задачи. Недостатком неполной индукции является то, что порой она приводит к ошибочным выводам.

Обобщив и систематизировав знания по математической индукции, я убедилась в необходимости знаний по теме «метод математической индукции». Кроме того эти знания повышают интерес к математике, как к науке.

Так же в ходе работы приобрела навыки решения задач по использованию метода математической индукции. Считаю, что эти навыки помогут мне в будущем.

## Библиографический список


1. Баранова И.В., Ляпин С.Е. «Задачи на доказательство по алгебре», Уч. изд. л. Типография №3,1954.-159с.

2. Соминский И. С. «Метод математической индукции.» - Наука, 1965. - Т. 3. - 58 с.

3. Шахмейстер А. Х. «Доказательства неравенств. Математическая индукция. Теория сравнений. Введение в криптографию.» СПб.: «Петроглиф»: «Виктория плюс»: М.: Издательство МЦНМО, 2018.-396 с.

4. Шень А. «Математическая индукция». - 6-е изд., стереотип. - М.: МЦНМО, 2019.-32 с.: ил.

5. Ивлев Б.М., Абрамов А.М., Дудницин Ю.П., Шварцбурд С.И. М.: Просвещение, 1990г.

6. Соминский И.С. Метод математической индукции. Популярные лекции по математике, выпуск 3-М.: Наука, 1974г.

7. Боковнев О. А., Фирсов В. В., Шварцбурд С. И. Избранные вопросы математики. 9 класс. Факультативный курс.-М.: Просвещение, 1979г.

8. https://www.matburo.ru/ex_dm.php?p1=dmmmi [Электронный ресурс]

9. http://www.mi-ras.ru/~podolskii/files/lecture1.pdf [Электронный ресурс]

10. https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%9C%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D1%87%D0%B5%D1%81%D0%BA%D0%B0%D1%8F_%D0%B8%D0%BD%D0%B4%D1%83%D0%BA%D1%86%D0%B8%D1%8F [Электронный ресурс]

11. https://zaochnik.com/spravochnik/matematika/stati/metod-matematicheskoj-induktsii/ [Электронный ресурс]