Исследовательская работа
Математика

Тема: «Вычисляем площадь»

Автор: Богачев Владимир Александрович,
9 класс МБОУ
«Средняя общеобразовательная школа № 33»
г. Калуги

Научные руководители:
Прокопенко Алена Евгеньевна,
учитель географии,
МБОУ «Средняя общеобразовательная школа № 33»
г. Калуги

2022

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Математика выявляет порядок,
симметрию и определенность,
а это - важнейшие виды прекрасного.
Аристотель[1]

Математика – одна из древнейших наук. Она дисциплинирует ум, приучает логическому мышлению. Однако математика - это не только строгие теоремы и задачи, но и средство познания окружающего мира, в которомчасто можно найти подтверждение универсальности математических закономерностей, увидетькрасотугармонии чисел и форм, геометрической выразительности, решения задач разными методами, изящество доказательств, порядок.

Одной из тем геометрии 8 класса является тема «Площади многоугольников». Мы изучили формулы для нахождения площадей прямоугольника, параллелограмма, ромба, трапеции, способы нахождения площади фигуры делением ее на части, или дополнением ее до прямоугольника, но встречаются задачи, в том числе в ОГЭ и ЕГЭ, в которых необходимо вычислить площадь многоугольника, изображенного на клетчатой бумаге. Такие задания часто вызывают затруднения.

В результате анкетирования учащихся 8-го и 9-го классов нашей школы (приложение 1), выяснилось, что более 50% учащихся испытывают затруднения при решении задач на нахождение площади фигуры, изображенной на клетчатой бумаге.

Я задумался,существует ли метод решения задачна нахождение площади плоских фигур, отличный от рассмотренных в учебнике геометрии?В чём заключается особенность такогометода?Крешению каких задач его можно применить?

[1]Философия математики – Высказывания великих людей о математике [Электронный ресурс] – Режим доступа: https://www.sites.google.com/ site/filosofiamatematiki/interesnye-fakty-o-matematike-1/vyskazyvania-velikih-ludej-o-matematike.

*Гипотеза:*существует эффективный метод нахождения площадей фигур, изображенных на клетчатой бумаге**.**

Объект исследования: площадь.

Предмет исследования: способы вычисления площадей.

Цель работы:найти эффективный способ решения задач на нахождение площадей фигур, изображенных на клетчатой бумаге, исследоватьего.

Для достижения цели поставлены следующие*задачи*:

1. Изучить историю возникновения понятия «площадь».
2. Рассмотреть известные способы вычисления площадей плоских фигур.
3. Изучить биографию австрийского математика Георга Александра Пика**.**
4. Изучить метод Пика.
5. Применить метод Пика при решении задач из ОГЭ и ЕГЭ.
6. Применить метод Пика при нахождении площади географических объектов.
7. Провести эксперимент, применив метод Пика на уроках геометрии при изучении темы «Площади».
8. Сделать выводы.

Для решения поставленных задач мной изучен материал из литературных и электронных источников об истории возникновения понятия «площадь», обавстрийском математике Георге Александре Пике,его методе решения задач на вычисление площади фигур, изображенных на клетчатой бумаге. Проанализированы и решены задачи из сборников ОГЭ и ЕГЭ, проиллюстрировано практическое применение метода Пика при нахождении площади географических объектов.

В работе применены эмпирические (наблюдение, изучение различных источников информации, анализ полученных сведений) и теоретические (анализ, синтез, моделирование, аналогия, абстрагирование) *методы исследования***.**

Я считаю, что тема исследования является интересной, полезной и актуальной.Задачи, связанные с измерением площади, очень разнообразны. Для многих из них нет общего правила решения, конкретных способов и приёмов. Такое свойство задач обуславливает их ценность для развития не конкретного учебного умения или навыка, а вообще умения думать, размышлять, анализировать, искать аналогии, то есть, эти задачи развивают мыслительные навыки в самом широком их понимании.

ГЛАВА I. ПЛОЩАДИ ФИГУР

1.1. История развития понятия «площадь» в геометрии

Геометрия – одна из самых древнейших наук, она возникла оченьдавно, еще до нашей эры. В переводе с греческого слово «геометрия» означает «землемерие» («гео» - по-гречески земля, а «метрео» - мерить). Его можно объяснить следующими словами, приписываемыми древнегреческому учёному Евдему Родосскому, который жил в IV в до н. э. Он писал «Геометрия была открыта египтянами и возникла при измерении земли. Это измерение было им необходимо вследствие разлива реки Нила, постоянно смывающего границы. Нет ничего удивительного в том, что эта наука, как и другие, возникла из потребностей человека»

«Сезострис, египетский царь,-рассказывает греческий историк Геродот, живший в 5 веке до н э., - произвел деление земель, отмежевав каждому египтянину участок по жребию. Сообразно этим участкам с их владельцев ежегодно взимали налог. Если Нил заливал чей-либо участок, то пострадавший обращался к царю и докладывал о случившемся. Тогда царь посылал землемеров (геометров); они измеряли, на сколько уменьшился участок, и сообразно этому понижали налог. Вот откуда возникла геометрия…»[2]

Приведенные тексты древнегреческих авторов Геродота и Евдема Родосского очень ценны. Они позволяют утверждать о наличии геометрических знаний в Египте более 4 000 лет назад.

Зарождение геометрии напрямую связано с необходимостью измерения площадей.

Около 4 000 лет назад египтяне определяли площадь прямоугольника, параллелограмма, треугольника и трапеции теми же приемами, как и мы. То

---

[2]Минковский В.Л. За страницами учебника математики: учебное пособие для учащихся VII класса/В.Л. Минковский.– М.: Просвещение, 1966.

есть, для определения площади прямоугольника, умножали длину на ширину; чтобы найти площадь треугольника, основание треугольника делили пополам и умножали на высоту. А для нахождения площади трапеции сумму параллельных сторон делили пополам и умножали на высоту. Площадь многоугольника находили разбиением его на прямоугольники, треугольники и трапеции.[3]

4 - 5 тыс. лет назад вавилоняне вычисляли площади земельных участков, имеющих форму прямоугольника и трапеции, в квадратных единицах. Единицей измерения площади издревле использовали квадрат, так как именно квадрат обладает замечательными свойствами: равные стороны, равные и прямые углы; квадрат имеет ось и центр симметрии и совершенство формы. Квадраты легко строить, и ими можно покрыть без просветов фигуры любой формы.[4]

В математических трудах Евклида, Герона, Брахмагупты и других известно, что по вопросам измерения площадей греки и индусы пошли далеко вперед по сравнению с египтянами и вавилонянами. В своих «Началах» Евклид не применял слово «площадь», так как он под словом «фигура» понимает часть плоскости, ограниченную той или иной замкнутой линией, и под понятием фигуры подразумевал и ее площадь. Евклид результат измерения площади не выражает числом, сравнивая площади различных фигур между собой. Евклид также занимается вопросами превращения одних фигур в равновеликие им фигуры, оперируя при этом не числами, а самими площадями.[5]

Первые сведения об измерении площадей и расстояний на Руси относятся к XI веку. Хотя первой из сохранившихся рукописей, в которых излагаются правила измерения площадей, была «Книга сошного письма», самый древний экземпляр, который относится к 1629 году, но имеются

---

[3]История развития понятия площади и ее измерения. [Электронный ресурс] – Режим доступа:https://studbooks.net/1920866/pedagogika/ponyatie_ploschadi_izmerenie
[4]История развития понятия площади и ее измерения. [Электронный ресурс] – Режим доступа:https://studbooks.net/1920866/pedagogika/ponyatie_ploschadi_izmerenie
[5]Площади фигур. [Электронный ресурс] – Режим доступа: https://otherreferats.allbest.ru/mathematics/00005128_0.html

указания, что оригинал был составлен при Иване Грозном в 1556 году. В этой книге имеется глава «О земномверстании, как земля верстать».[6]

При Петре I в 1701 году открыли в Москве «Математические и навигатские, то есть Мореходно-хитростных наук школу». В программу обучения включили преподавание арифметики, алгебры, геометрии и тригонометрии. Эти науки преподавал выписанный из-за границы профессор-математик Форварсон и математик-самоучка Леонтий Магницкий. С того времени основы геометрии как науки проникли в Россию. Именно в начале XVIII века под редакцией Форварсона были переведены на русский язык и изданы «Начала» Евклида.

Переломным для развития геометрии стал 19 век. Восемнадцатый век был веком анализа, а девятнадцатое столетие можно ознаменовать периодом геометрии. В этот временной промежуток довольно быстро и динамично развиваются созданная проективная и начертательная геометрия. Кроме того, зарождаются новые разделы, такие как геометрия Лобачевского, векторный анализ и векторное исчисление, теория групп преобразований и многомерная геометрия. Помимо всего прочего, в девятнадцатом веке происходит интенсивная алгебраизация геометрии – в ней зарождаются теории групп, топологии и алгебраическая геометрия.[7]

1.2. Пик и его формула

Георг Александр Пик—австрийскийматематик, родился 10 августа 1859 года в еврейской семье. Его отец Адольф Йозеф Пик возглавлял частный институт. До одиннадцати лет Георг получал образование дома (с ним занимался отец), а затем поступил сразу в четвёртый класс гимназии. В шестнадцать лет Пик сдал выпускные экзамены и поступил в университет в

[6]Площадь. История возникновения понятия площади, ее измерения. [Электронный ресурс] – Режим доступа: https://ppt-online.org/851028

[7]Математика в 19 веке: геометрия. [Электронный ресурс] – Режим доступа:https://www.letopis.info/themes/mathematics/matematika_v_19_veke_geometrija.html

Вене. Уже в следующем году Пик опубликовал свою первую работу по математике. После окончания университета в 1879 году он получил право преподавать математику и физику.[8]

В 1880 году Пик защитил докторскую диссертацию «О классе абелевых интегралов». В 1881 году он получил место ассистента на кафедре физики Пражского университета. В Немецком университете в Праге в 1888 году Пик получил место экстраординарного профессора математики, затем в 1892-м стал ординарным профессором(полным профессором).[9]

После того как Пик вышел в отставку в 1927 году, он получил звание почётного профессора и вернулся в Вену – город, в котором родился. Однако в 1938 году после аншлюса Австрии 12 марта он вернулся в Прагу. За десять лет до того в 1928 году Пик был избран членом-корреспондентом Чешской академии наук и искусств, но в 1939-м, когда нацисты заняли Прагу, он был исключён из академии.

13 июля 1942 года Пик был депортирован в созданный нацистами в северной Чехии лагерь Терезиенштадт, где умер две недели спустя в возрасте 82 лет.[10]

Круг математических интересов Георга Пика был чрезвычайно широк: 67 его работ посвящены многим темам, таким как линейная алгебра, интегральное исчисление, функциональный анализ, геометрия и др. Но больше всего онизвестен своей теоремой о вычислении площади многоугольника, которая появилась в его восьмистраничной работе 1899 года.

Эта теорема оставалась незамеченной в течение некоторого времени после того, как Пик её опубликовал, однако в 1949 году польский математик Гуго Штейнгаузвключил теорему (или как её ещё называют – формулу) в свой знаменитый «Математический калейдоскоп». С этого времени теорема

---

[8] Георг Александр Пик [Электронный ресурс] – Режим доступа:https://multiurok.ru/blog/gieorgh-alieksandr-pik.html

[9]Великие математики мира .Георг Пик. [Электронный ресурс] – Режим доступа:https://nsportal.ru/ap/library/drugoe/2020/01/21/velikie-matematiki-mira-georg-pik

[10]Георг Александр Пик. [Электронный ресурс] – Режим доступа:https://wikidea.ru/wiki/Georg_Alexander_Pick

Пика стала широко известна. В Германии формула Пика включена в школьные учебники.[11]

1.3. Метод Пика

Рассмотрим произвольный многоугольник, расположенный на клетчатой бумаге, с вершинами с «узлах» клеток.

За единицу измерения площади многоугольника примем квадрат со стороной, равной единице измерения его длины. Он называется единичным квадратом.

По формуле Пика $S = B + Г/2 - 1$,

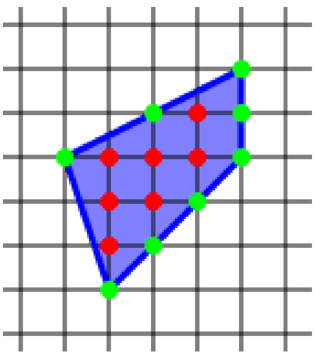
где S — площадь многоугольника,

В — количество целочисленных точек внутри многоугольника,

Г — количество целочисленных точек на границе многоугольника.

Важное замечание: формула справедлива только для многоугольников, у которых вершины расположены в «узлах» решетки.

Например, для многоугольника на рисунке, $B=7$(красные точки), $Г=8$(зелёные точки), поэтому $S = 7 + 8/2 - 1 = 10$ квадратных единиц.



Докажем теорему Пика.

Рассмотрим прямоугольник со сторонами, лежащими на линиях решетки.

Пусть длины его сторон равны a и b.

[11] Георг Александр Пик [Электронный ресурс] – Режим доступа:https://multiurok.ru/blog/gieorgh-alieksandr-pik.html

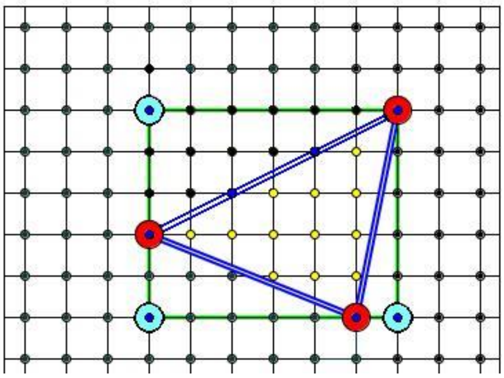
Имеем в этом случае: $B = (a\text{-}1)(b\text{-}1)$, $Г = 2a+2b$, тогда по формуле Пика имеем:

$S = (a\text{-}1)(b\text{-}1)+a+b\text{-}1 = ab$.

Рассмотрим теперь прямоугольный треугольник с катетами, лежащими на осях координат. Такой треугольник получается из прямоугольника со сторонами***a***и***b***, рассмотренного в предыдущем случае, разрезанием его по диагонали. Пусть на диагонали лежат***c***целочисленных точек.

Тогда для этого случая$B = ((a\text{-}1)(b\text{-}1)\text{-}c+2)/2$, $Г = (2a+2b)/2+c\text{-}1$,

получаем, что$S = ab/2$.



Теперь рассмотрим произвольный треугольник. Его можно получить, отрезав от прямоугольника несколько прямоугольных треугольников (см. рисунок). Поскольку и для прямоугольника, и для прямоугольного треугольника формула Пика верна, мы получаем, что она будет справедлива и для произвольного треугольника.

Остается сделать последний шаг: перейти от треугольников к многоугольникам. Любой многоугольник можно разбить на треугольники (например, диагоналями).

Следовательно, формула Пика верна для любого многоугольника.

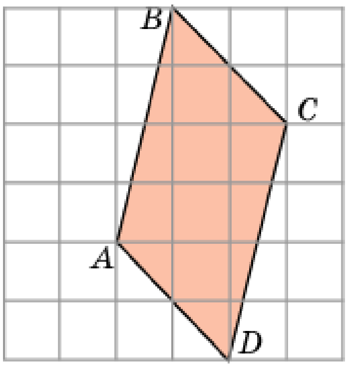
Что и требовалось доказать.

1.4. Площадь фигуры, изображенной на клетчатой бумаге

Найдем площадь заданной фигуры, изображенной на клетчатой бумаге, разными способами. За единицу измерения площади многоугольника принимается квадрат со стороной, равной единице измерения его длины. Он называется единичным квадратом.

Задача: найти площадь фигуры ABCD.

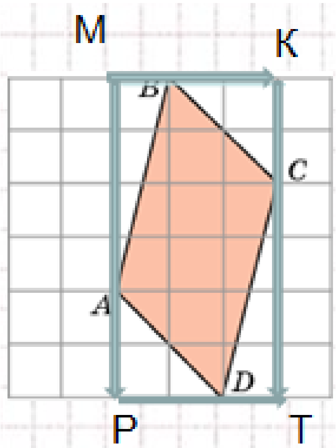
*Способ 1.*Нахождение площади с помощью формул.



В данном случае найти площадь, используя формулы, которые пройдены в 8 классе, не получится, т.е. применить формулу $S_{пар.} = ah_a$ в чистом виде не удастся.С позиции 9-тиклассника можно решить эту задачу, используя теорему косинусов, затем перейдя к синусу и применив формулу $S_{пар.} = ab\sin\alpha$.

Но, в любом случае, решение будет громоздким.

*Способ 2.*Площадь фигуры как часть площади прямоугольника.



Фигуру дополняем до прямоугольника, тогда площадь искомой фигуры равна разности площади построенного прямоугольника и площадей лишних частей.

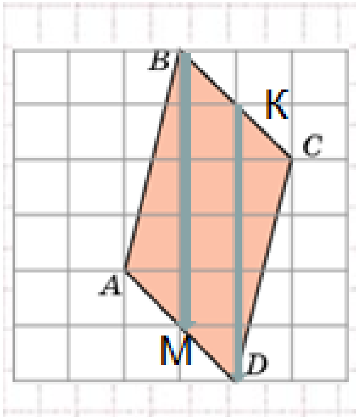
$S_{MKPT} = 3 \cdot 6 = 18$

$S_{AMB} = 0,5 \cdot 1 \cdot 4 = 2$

$S_{BKC} = 0,5 \cdot 2 \cdot 2 = 2$

$S_{пар} = S_{MKPT} - 2 \cdot S_{AMB} - 2 \cdot S_{BKC} =$
$18 - 2 \cdot 2 - 2 \cdot 2 = 10$

*Способ 3.*Площадь фигуры как сумма площадей ее частей.



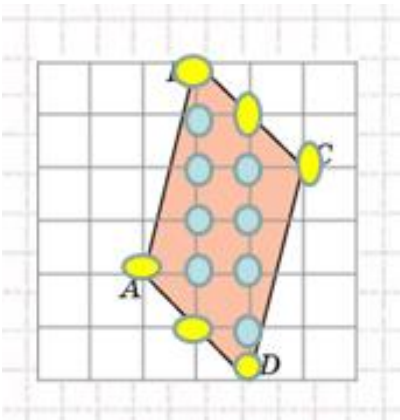
Фигуру разбиваем на части, площадь которых можем найти по формулам, тогдаплощадь фигуры равна сумме площадей ее частей (в данном случае 2 треугольника и параллелограмм).

$$S_{MAB} = S_{KCD} = \tfrac{1}{2} \cdot 5 \cdot 1 = 2{,}5$$

$$S_{MBKD} = 5 \cdot 1 = 5$$

$$S_{пар} = 2 \cdot S_{MAB} + S_{MBKD} = 2 \cdot 2{,}5 + 5 = 10$$

*Способ 4.*Метод Пика.



Используем для нахождения площади формулу Пика:

S= В + Г/2 -1,

где В-число внутренних узлов

Г- число узлов на границе фигуры

(в данном случает внутренних узлов - 8; пограничных узлов - 6).

$$S_{пар} = 8 + 6/2 - 1 = 10$$

Таким образом, применение формулы Пика часто позволяет быстро и точно найти площадь многоугольника, построенного на клетчатой бумаге с вершинами в узлах клеток.

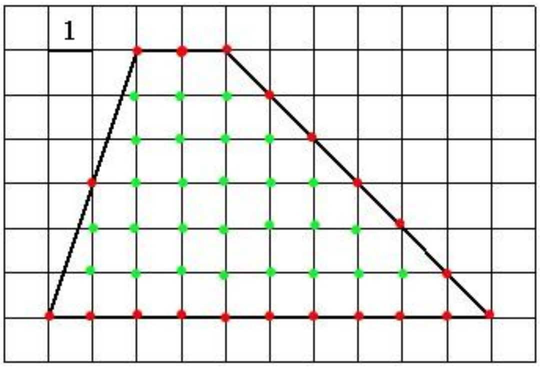
ГЛАВА II. ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ПИКА ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ

2.1. Применение метода Пика при нахождении площади многоугольников, изображенных на клетчатой бумаге

Решим задачи, в которых необходимо найти площадь фигур, изображенных на клетчатой бумаге, методом Пика.

Задача №1. Вычислить площадь трапеции (сторона 1 клетки равна 1 см).

Для вычисления площади трапеции, изображенной на рисунке, легко применима формула для нахождения площади трапеции, но я предлагаю вычислить ее площадь по формуле Пика, и проверить расчеты.



Решение:

Т.к. по формуле Пика S= В + Г/2 -1, где

В= 27 (количество внутренних узелков фигуры)

Г= 20 (количество узелков по границе фигуры), тоS= 27+20/2-1=36 (см^2)

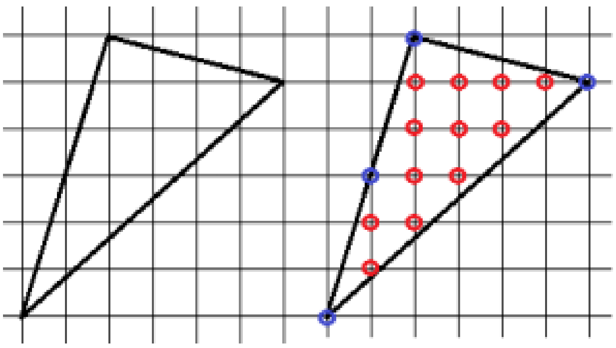
Если $S_{трап.} = \frac{a+b}{2}h$, где*a=2; b=10 ;h=6;*

то

$S_{трап.} = \frac{2+10}{2} \cdot 6 = 36$ (см^2)

Ответ: 36 см^2

Задача №2.Вычислить площадь треугольника(сторона 1 клетки равна 1 см).



Решение:

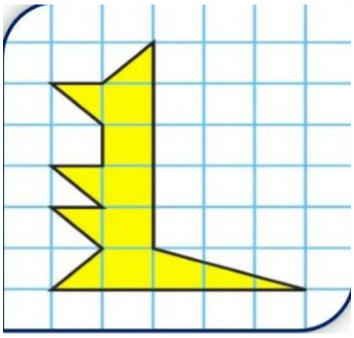
Т.к. по формуле Пика S= В + Г/2 -1, где

В= 12 (количество внутренних узелков фигуры)

Г= 4 (количество узелков по границе фигуры), то S= 12+4/2-1=13 (см^2)

Ответ: 13 см^2

Задача №3. Найти площадь фигур (сторона 1 клетки равна 1 см).



а). *Решение:*

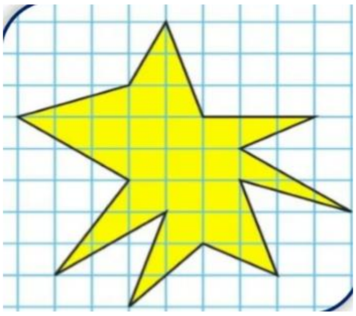
Т.к. по формуле Пика S= В + Г/2 -1, где

В= 0 (количество внутренних узелков фигуры)

Г= 12 (количество узелков по границе фигуры),

то S= 0+20/2-1=9 (см^2)

Ответ: 9см^2



в). *Решение:*

Т.к. по формуле Пика S= В + Г/2 -1, где

В= 19 (количество внутренних узелков фигуры)

Г= 15 (количество узелков по границе фигуры),

то S= 19+15/2-1=25,5 (см^2)

Ответ: 25,5 см^2

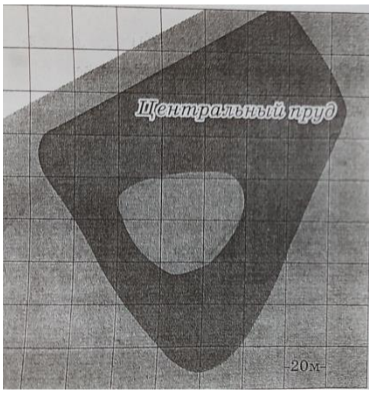
2.2. Применение метода Пика при решении задач из ЕГЭ по математике

В сборнике ЕГЭ базового уровня 2022 года появились практические задания, в которых требуется найти площади географических объектов. Такие задачи сложно решать, применяя стандартные методы нахождения площадей, а формула Пика поможет быстро и легконайти примерную площадь парков, водоемов, площадок, городов, областей.

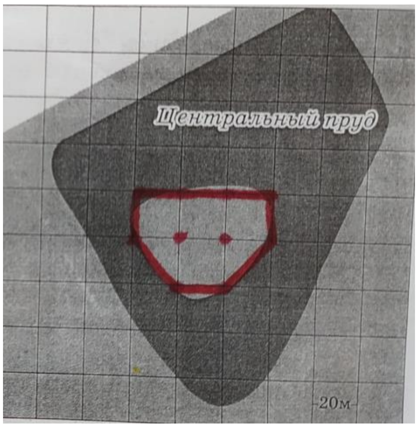
Рассмотрим примеры таких заданий.

Задание №5 (математика ЕГЭ база, 2022 год)

Вариант 3.



На фрагменте географической карты схематично изображены очертания Центрального пруда г Одинцово с островом (площадь одной клетки 400 м^2). Оцените приближенно площадь острова, изображенного на рисунке. Ответ дайте в квадратных метрах.



Решение:

Ограничим исследуемый объект, в данном случаеостров Центрального пруда, отрезками прямых линий так, чтобы приблизить его форму к простой геометрической фигуре с вершинами в узелках клеток. Выступающий за построенную границу участок острова и включенные внутрь участки оцениваем «на глаз». Очевидно, что они приблизительно компенсируют друг друга и в совокупности создают погрешность не более половины клетки.

Учитывая погрешность расчетов, которая предусмотрена заданием, имеем:

В=2 (количество внутренних узелков фигуры),

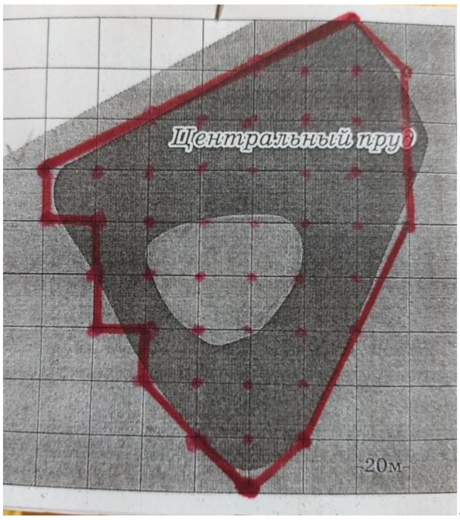
Г=8 (количество узелков по границе фигуры).

Если*S= В + Г/2 -1,* то*S= 2+8/*2-*1= 5 (ед^2).*

По условию площадь одной клетки 400 м^2,следовательно, получаем площадь объекта равна *5х400=2 000* м^2.

Ответ: площадь острова 2 000 м^2*(ответ в* *сборнике:* 2 000-2 500)

Вариант 4



.

На фрагменте географической карты схематично изображены очертания Центрального пруда г Одинцово с островом (площадь одной клетки 400 м^2). Оцените приближенно площадь центрального пруда, включая остров. Ответ дайте в квадратных метрах.

Решение:

Выполнив работу, аналогичную предыдущей задаче, получаем:

В= 29 (количество внутренних узелков фигуры)

Г= 18 (количество узелков по границе фигуры)

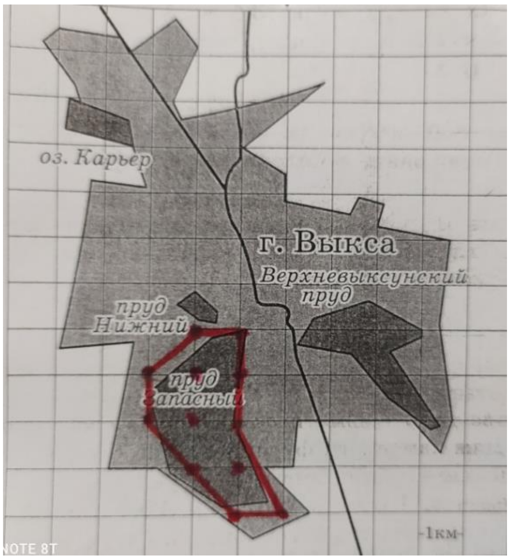
Если $S= В + Г/2 -1$, то$S= 29+18/2-1= 37$ *(ед^2)*

По условию площадь одной клетки 400 м^2,следовательно, получаем площадь объекта равна 37х400=14 800 м^2

Ответ: площадь пруда 14 800 м^2*(ответ в сборнике:* от 12 000-до 15 000).

Вариант 9.

На фрагменте географической карты схематично изображены границы г Выксы и очертания водоемов (длина стороны квадрата клетки равна 1 км). Оцените приближенно площадь Запасного пруда, изображенного на рисунке. Ответ дайте в квадратных километрах с округлением до целого значения.



Решение:

Ограничим очертания Запасного пруда отрезками прямых линий так, чтобы приблизить его форму к простой геометрической фигуре с вершинами в «узелках» клеток (у нас получился многоугольник). С учетомокругления до целого числа, получаем:

В=3, Г=9, т.е. если *S= В + Г:2 -1, то S= 3+9:2-1=6,5 (км²)*

Ответ: площадь пруда 6 или 7км² *(ответ в сборнике:*6 или7).

Таким образом, мы убедились, что метод Пика можно успешно применять для решения задач данного типа.

2.3. Применение метода Пика на уроках географии

Как мы уже убедились, решая задачи из вариантов ЕГЭ по математике, применение формулы Пика очень удобно при нахождении площади географических объектов: городов, парков, водоемов и т.д., особенно, если они изображены на клетчатой бумаге.

Возьмем обычный атлас, где географические объекты изображены без клетчатой бумаги, но указан масштаб. Определим, например, площадь Калужской области, используя метод Пика.

Для этого на карту области наложим сетку, где площадь одной клетки 1см²(приложение 2). Границу области ограничим отрезками с концами в «узелках» клеточек, стараясь компенсировать потери площади прихваченными излишками.

Количество «узлов», лежащих внутри карты областиВ=36.Количество «узлов» на границе карты области Г=26. Далее подставляем числа в формулу:

*S= В + Г/2 -1= 36+26/2-1=48*см².

Масштаб использованной карты 1:2 500 000 (1см=25 км), по свойству подобия (отношение площадей подобных фигур равно квадрату коэффициента подобия), рассчитываем реальную площадь области: $48x25^2$=30 000 км^2.

Сравним полученный результат с настоящими данными. Площадь Калужской области 29 800км^2(наша погрешность составила 200км^2).

Рассмотрим еще одну задачу, которая является обратной к данной и для решения которой также удобно применить формулу Пика.

Для этого возьмем изображение Калужской области на карте и определим ее масштаб. Формула Пика опять оказалась очень полезной, благодаря ей, можно справиться с задачей быстро и легко.

Наложив на карту области сетку, где площадь одной клетки 1см^{2}и ограничив отрезками с концами в узелках клеточек, стараясь компенсировать потери площади прихваченными излишками (приложение 3), произведем следующие расчеты:

В=24, Г=23, S=24+23:2-1=34,5 (см^2).

Зная площадь Калужской области (29 800 км^2) иучитывая, что отношение площадей подобных фигур равно квадрату коэффициента подобия, получаем:

k^2=29 800x10^{10}:34,5=8,64x10^{12},

следовательно,k=2,94x10^6=2 940 000, то есть М:1:2 940 000.

Масштаб исследуемой карты равен М:1:3 000 000, из чего можно сделать вывод, что расчеты верные, а погрешность допустимая.

2.4. Результаты применения метода Пика на уроках геометрии

С целью оценки эффективности метода Пика при нахождении площади фигуры на клетчатой бумаге нами был проведен эксперимент. В эксперименте приняли участие 20 учащихся 8 класса, 18 учащихся 9 класса. Суть эксперимента состояла в том, что учащимся 8-9 классов были предложены задания на вычисление площади фигур до знакомства с методом

Пика и после знакомства с ним. Для работы учащимся были предложены 8 задач (приложение 4).

Результаты проведенного эксперименты приведены в таблице.

	1 часть эксперимента (до знакомства с методом Пика)		2 часть эксперимента (после знакомства с методом Пика)	
задание	Верно выполнили	Процент справившихся	Верно выполнили	Процент справившихся
1	30	79	31	82
2	25	66	30	79
3	24	63	32	85
4	19	50	34	89
5	32	85	34	89
6	35	90	36	97
7	32	85	35	90
8	19	50	30	79
Средний показатель	216:38=5,7		262:38=7	

Анализ итогов показал, что результаты работ учащихся улучшились на 21 %

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Трудность решения в какой-то мере
входит в само понятие задачи:
там, где нет трудности, нет и задачи
Д. Пойа[12]

Известно, что одна и та же математическая закономерность может послужить основой для довольно большого числа внешне различных задач и может иногда давать неожиданные и оригинальные результаты. Замечать интересные особенности математических величин для меня увлекательно и интересно. Кроме того, занимаясь такой работой, мы приучаем себя анализировать данные задачи и искать нешаблонные пути их решения, так как решение их стандартным путем зачастую громоздко и затруднительно. Такая работа полезна для успешного обучения математике, подготовке к сдаче экзаменов, усвоения других дисциплин.

Подводя итоги, можно сделать вывод, что сформулированная нами гипотеза доказана. Существует эффективный метод нахождения площадей фигур, изображенных на клетчатой бумаге, таким методом является метод Пика. Для многих задач, в том числе географических, этот метод удобен, прост и практичен, а обычный лист бумаги в клетку может выполнять функцию инструмента для вычисления площади многоугольника.

В работе доказана и проиллюстрирована эффективность метода Пика при решении географических задач, геометрических задач из сборников ЕГЭ. Результаты исследования, полученные в ходе работы, подтверждают, что изучение метода Пика поможет учащимся при подготовке к выпускным экзаменам по математике в 9 и 11 классах, а также тем, кто испытывает затруднения при решении задач по теме «Площадь».

---

[12]Философия математики – Высказывания великих людей о математике [Электронный ресурс] – Режим доступа: https://www.sites.google.com/ site/filosofiamatematiki/interesnye-fakty-o-matematike-1/vyskazyvania-velikih-ludej-o-matematike.

Кроме того, в ходе работы был подмечен еще один способ нахождения площади фигуры–«формула шнурования». Для подробного изучения этого способа необходимо более подробное изучениетемы «Декартовы координаты на плоскости», поэтому исследование будет продолжено.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Литература

1. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б.. Геометрия. 7-9 класс. М. Просвещение, 2017 год
2. Глейзер Г.И. История математики в школе/Г.И. Глейзер.– М.: Просвещение, 1981.
3. МинковскийВ.Л. За страницами учебника математики: учебное пособие для учащихся VIIкласса/В.Л. Минковский.– М.: Просвещение, 1966.
4. Ященко И.В. Математика. Типовые экзаменационные варианты ОГЭ 2022 год. Издательство «Национальное образование». Москва, 2022 год
5. Ященко И.В. Математика. Типовые экзаменационные варианты ЕГЭ базового уровня

Электронные источники

1. Георг Александр Пик [Электронный ресурс] – Режим доступа:https://multiurok.ru/blog/gieorgh-alieksandr-pik.html
2. Георг Александр Пик. [Электронный ресурс] – Режим доступа:https://wikidea.ru/wiki/Georg_Alexander_Pick
3. Великие математики мира .Георг Пик. [Электронный ресурс] – Режим доступа:https://nsportal.ru/ap/library/drugoe/2020/01/21/velikie-matematiki-mira-georg-pik
4. История развития понятия площади и ее измерения. [Электронный ресурс] – Режим доступа:https://studbooks.net/1920866/pedagogika/ponyatie_ploschadi_izmerenie.
5. Математика в 19 веке: геометрия. [Электронный ресурс] – Режим доступа:

https://www.letopis.info/themes/mathematics/matematika_v_19_veke_geometrija.html

6. Площади фигур. [Электронный ресурс] – Режим доступа: https://otherreferats.allbest.ru/mathematics/00005128_0.html

7. Площадь. История возникновения понятия площади, ее измерения. [Электронный ресурс] – Режим доступа: https://ppt-online.org/851028

8. Философия математики – Высказывания великих людей о математике[Электронный ресурс] – Режим доступа: https://www.sites.google.com/ site/filosofiamatematiki/interesnye-fakty-o-matematike-1/vyskazyvania-velikih-ludej-o-matematike.

Приложение 1

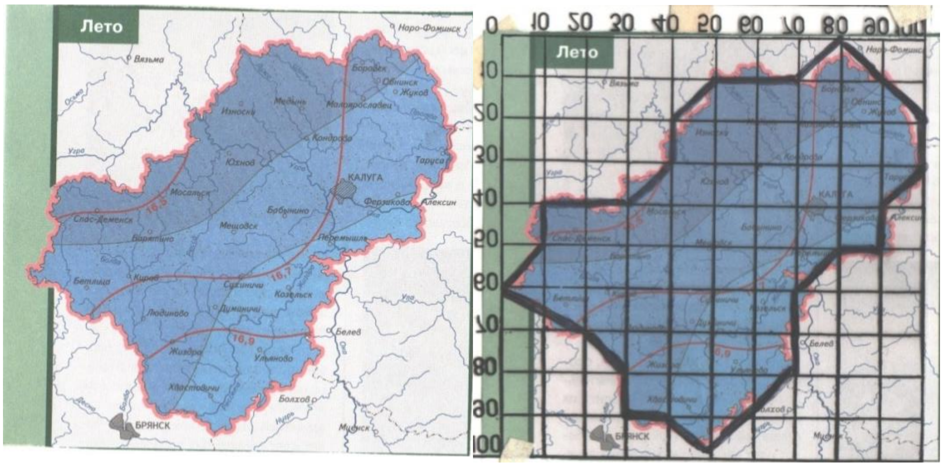
Анкета

1. Какие способы вычисления площадей вы знаете?

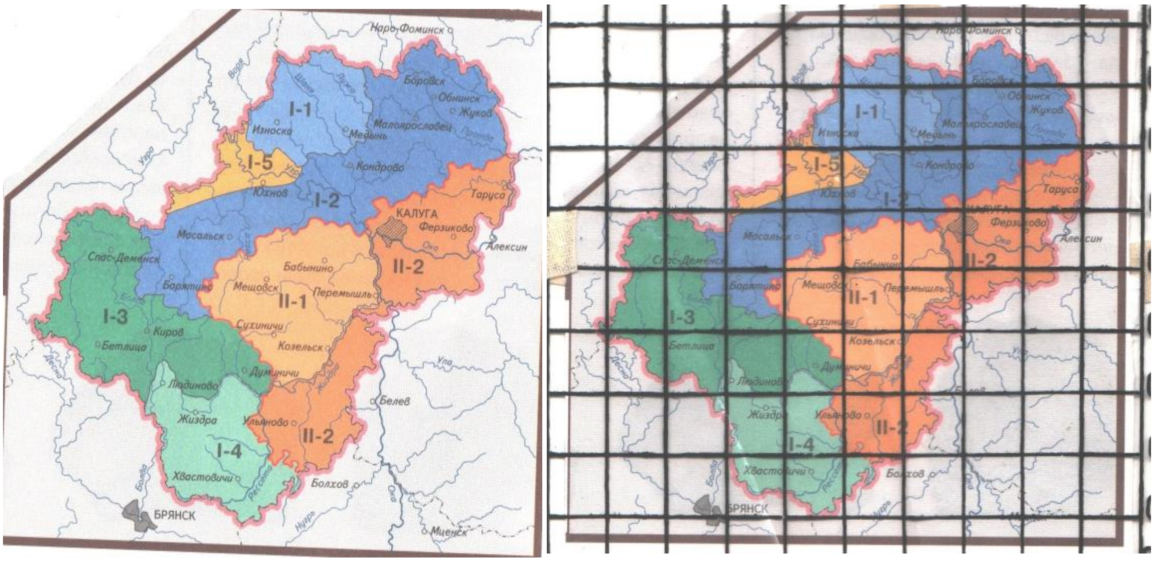
2. Испытываете ли вы затруднения при решении задач на вычисление площадей?

3. Хотели бывы познакомиться с новым способом вычисления площадей?

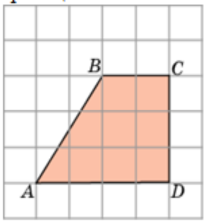
Приложение 2



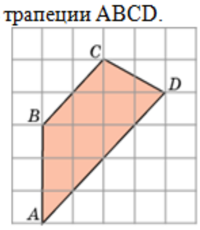
Приложение 3



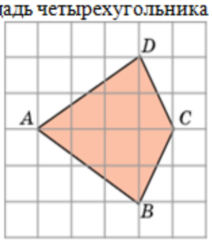
1. Найдите площадь трапеции ABCD.



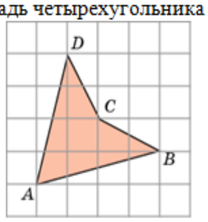
2. Найдите площадь трапеции ABCD.



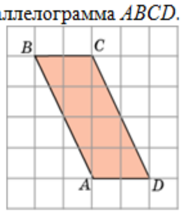
3. Найдите площадь четырехугольника ABCD.



4. Найдите площадь четырехугольника *ABCD*.

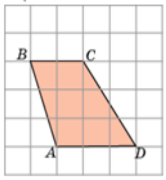


5. Найдите площадь параллелограмма *ABCD*.



6. Найдите площадь треугольника *ABC*.

7. Найдите площадь трапеции *ABCD*.



8. Найдите площадь четырехугольника *ABCD*.