Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение Первомайская средняя общеобразовательная школа

Исследовательская работа

«Применение задачи Штейнера для определения мест под остановки для школьников села Первомайское Первомайского района Томской области »

Выполнил: Кузнецова Ксения, 8 класс

Руководитель: Якименко Вера Анатольевна,

учитель математики

с. Первомайское- 2021

Содержание:

Введение………………………………………………………………3-4

Основная часть……………………………………………………5-10

Практическая часть……………………………………………..…11

Вывод…………………………………………………………………...11

Источники…………………………………………………………11

Введение.

На основании Постановления Главного государственного санитарного врача Российской Федерации от 29.12.2010 г. № 189 «Об утверждении СанПиН 2.4.2.282-10 «Санитарно-эпидемиологические требования к условиям и организации обучения в общеобразовательных учреждения» в сельской местности пешеходная доступность для обучающихся образовательных организации допускается увеличение радиуса пешеходной доступности до остановки до 1 км.

Во исполнение данного постановления Администрация школы, родительская общественность разрабатывают проект оборудования остановок в нашем селе для безопасного подвоза школьников.

Мы решили с помощью математики и физики подсказать решение этой проблемы, т.е. решить задачу о транспортном центре в частности для нашего села Первомайское или где лучше расположить остановки, желательно так, чтобы для всех учащихся расстояние было наименьшим.

***Цель исследования*:** изучить решение задачи о транспортном центре треугольника, трансформировать полученные знания для решения конкретной задачи на местности нашего села.

Задачи исследования:

-научиться находить транспортный центр треугольника с помощью физических процессов;

- рассмотреть геометрическое доказательство;

-проаннотировать правильно ли расположен автовокзал в нашем селе;

-сформулировать идею, по поводу расположения остановок.

Методы исследования:

- сравнительный анализ литературы;

- работа с географической картой села.

Объект исследования:

-задача о транспортном центре или задача Штейнера.

Гипотеза: умение решать задачу Штейнера нужно не только для успешного изучения геометрии, но и для использования на практике при проведении различных измерительных работ на местности, при нахождении для трех объектов местонахождение четвертого так, чтобы расстояние от нового объекта до остальных в сумме было наименьшим.

\Основная часть

Решение задачи Штейнера с помощью физики.

Геометрия не дает истинного представления
о физическом пространстве, а только служит
для изучения возможных пространств.
Моррис Клайн.

Поговорим том, как физика поможет решить математическую задачу.

Эту задачу впервые предложил в 17 веке Пьер Ферма, затем ее решали Торричелли и многие математики, а задача называется о транспортном центре.

Задача. Пусть на плоскости есть три точки (представим 3 города на карте). Нужно найти четвертую точку такую, что бы сумма расстояний была бы наименьшей.

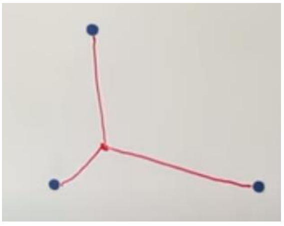


рис.1

Чтобы решить задачу, воспользуемся следующей моделью.

Заменим три точки тремя блоками.

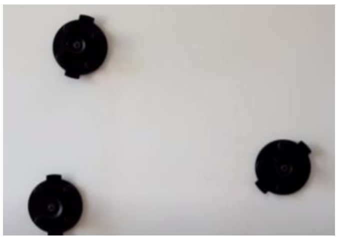


рис. 2.

Повесим на эти блоки три груза равной массы, которые связаны между собой нитями.

Поколебавшись , система пришла в равновесие.

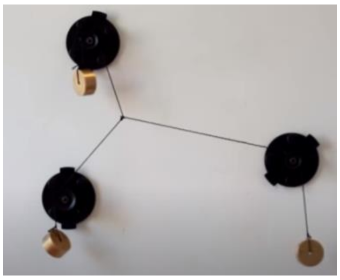


рис. 3.

Грузы в этой системе стремятся опуститься вниз, так чтобы центр тяжести всей системы наинизшее свободное положение. Но тогда получается, что сумма длин всех наружных вертикальных отрезков нитей принимает максимальное значение в положении равновесия. А из этого следует, что сумма длин внутренних отрезков принимает минимальное значение. Узел, соединяющий все три нити , находится в том самом транспортном центре, который нам и нужно было найти в этой транспортной задаче.

А еще мы видим, что нити образуют равные углы, и это не случайно. На узел со стороны грузов действуют три равные по величине силы. В равновесии векторная сумма этих сил должна быть равна нулю.

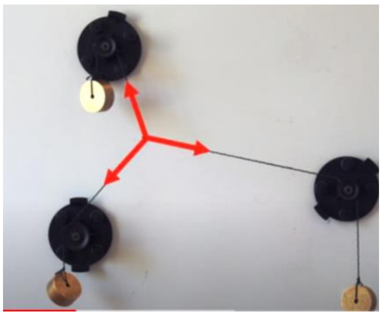


рис.4

Значит, сумма любых двух сил должна уравновешивать третью.

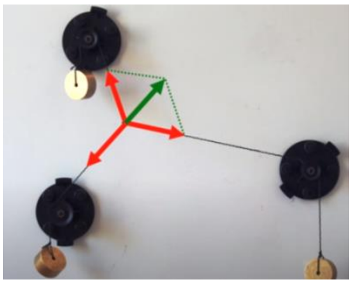


рис.5

Для равных по величине сил это возможно только тогда, когда углы между

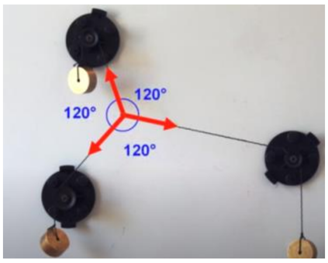


рис.6

ними попарно равны, т.е. составляют по 120 ^{0}.

Теперь мы знаем правильный ответ в задаче, полученный посредствами физики.

Настоящий математик должен доказать решение этой задачи средствами геометрии.

Доказательство теоремы Штейнера.

Доказательство Иоганна Георг Андреас фон Брюкнера

Историческая справка.

1744—1814) — российский юрист, математик, астроном немецкого происхождения. Обладая, сверх юридических сведений, обширными и разнообразными научными познаниями и с особенною любовью занимаясь математикою и астрономию.

Доказал будучи студентом Кёнигсбергского университета.

Отметим в треугольнике ABC, произвольную точку P. Проведем отрезки, соединяющие эту точку с вершинами

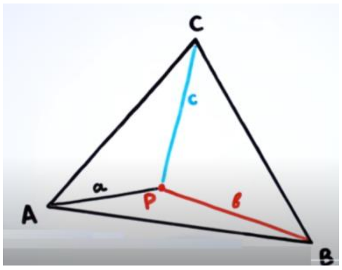


рис. 7

Нам нужно найти такое положение точки P, чтобы расстояние a+в+c= минимальным.

Сделаем дополнительные построения, что бы эти отрезки стали званиями одной ломаной.

Для этого выделим треугольник PCB

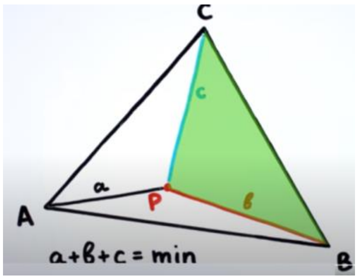


рис. 8

Повернем его вокруг точки B на 60^0. Так чтобы он оказался вне треугольника ABC.

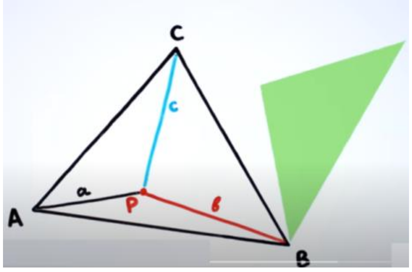


рис.9

Точка P перейдет в точку P ̎, точка C перейдет в C̓. И за счет того, что мы поворачивали на угол 60^0 получились два равносторонних треугольника.

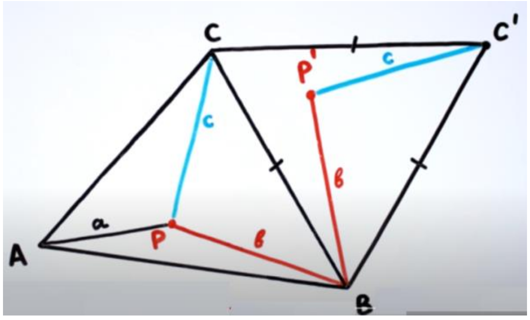


рис.10

Треугольник BCC ̎ равносторонний.

Треугольник PP̓B – равносторонний.

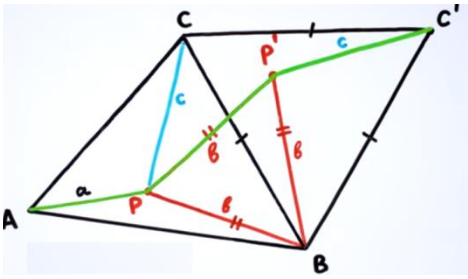


рис.11

У нас получилась ломаная APP ̎C̓, a+в+c должна быть минимальной. Эту ломаную нужно сделать как можно короче. Очевидно , что длина будет минимальной, когда ее звенья вытянуться вдоль прямой AC’.

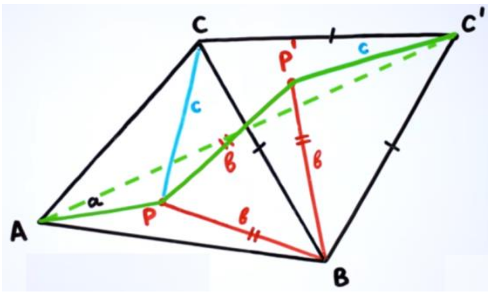


рис.12

И минимальная точка P^0 будет лежать на этой прямой.

Отсюда следует, что отрезки соединяющие вершины с точкой P составляют между собой углы 120^0. Докажем этот факт.

С чертежа уберем лишнее.

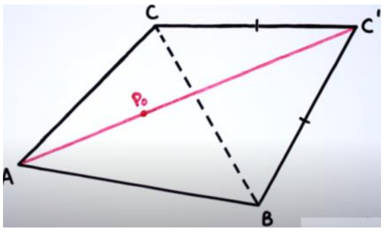


рис.13.

Так при повороте на 60^0 точка P_o должна оказаться на прямой AC'. Получается равносторонний треугольник

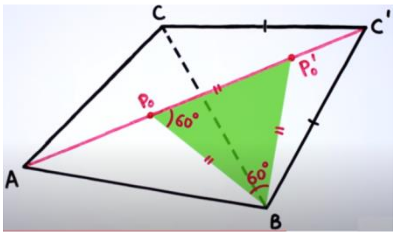


рис.14

В равностороннем треугольнике все углы по $60^{0.}$ Поэтому на отрезке существует такая точка $P_0{}'$, причем единственная, следовательно решение нашей задачи единственное.

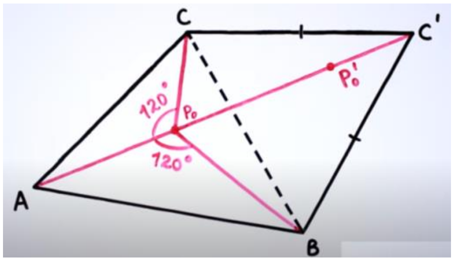


рис.15

Угол $AP_0B=120^0$

Поворот мы бы могли сделать не только вокруг точки B , но и вокруг точки C. Тогда угол $AP_oC=120^0$.Следовательно 120 ^{0} остается и на третий угол.

Мы обосновали результат, полученный с помощью равновесия сил. Про точку $P_{0,}$ можно сказать, что из нее все углы видны под углом 120^0.

Следовательно, можно легко построить транспортный цент треугольника.

Построим на все сторонах данного треугольника , равносторонний треугольники.

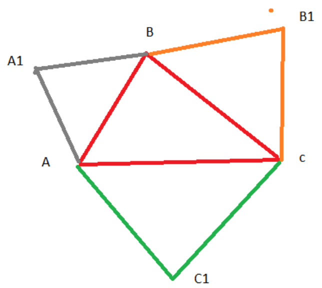


рис.16

Транспортный центр должен лежать на прямой BC_1., а также этот центр должен лежать и на прямой A1C. Значит, наш центр приходится на точку пересечения.

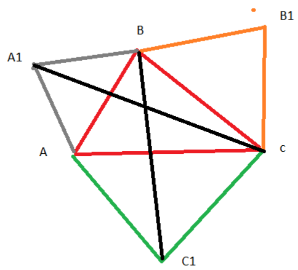


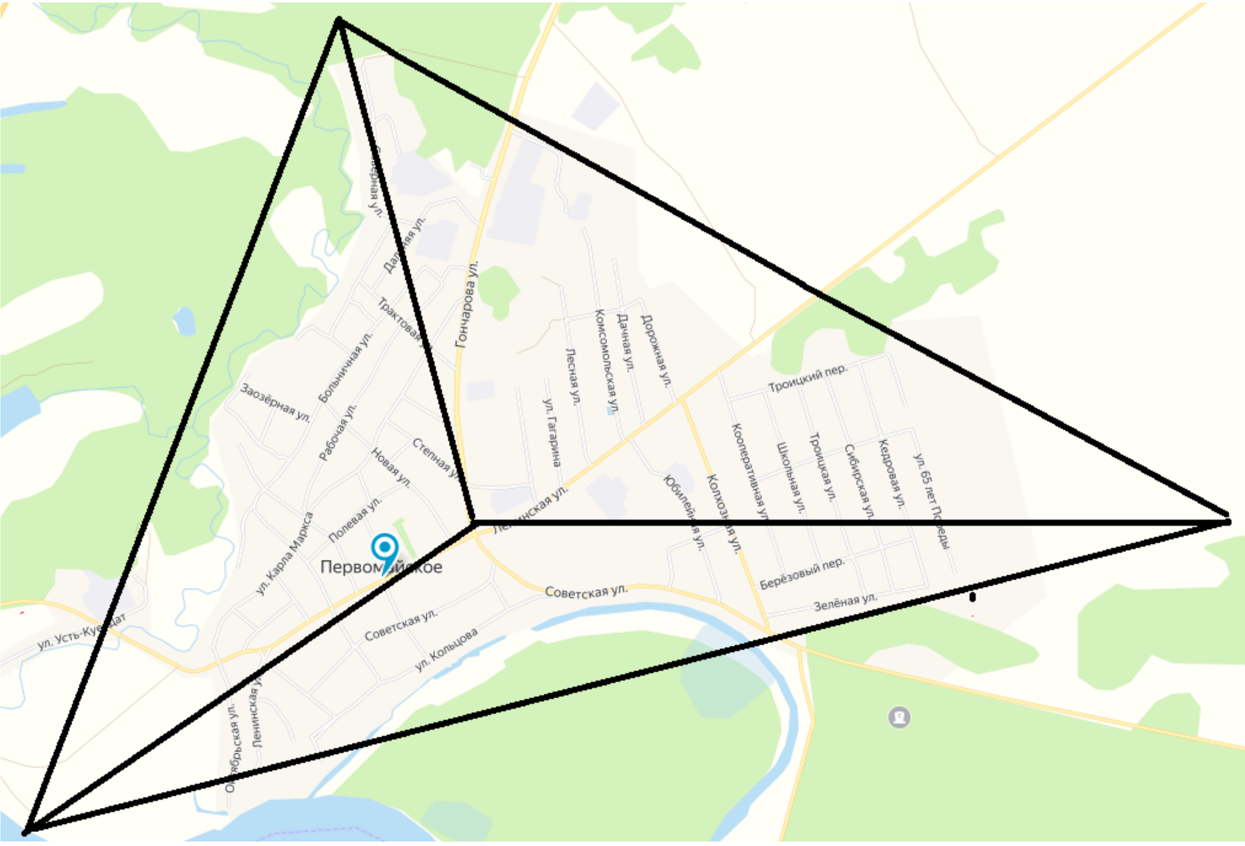
рис.17

Найденное решение годится для треугольника, не имеющего тупого угла, превышающего 120^0, если таковой есть, то транспортный центр совпадает с его вершиной.

Как будет выглядеть транспортная сеть, если не три, а четыре города? – это тема моего дальнейшего исследования.

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ.

Проверим, по карте с. Первомайское, транспортный центр совпадает ли с вокзалом нашего села.



Вывод.

Можно сделать вывод, что архитекторы нашего села, наверное, знали задачу транспортного узла и построили автовокзал по всем законам математики и физики.

Предложение к Администрации школы и управляющему Совету школы остановки располагать по черным линиям.

Источники:

1.https://ru.wikipedia.org/wiki/Брюкнер,_Иоганн_Георг_Андреас_фон

2. Лекция Владимира Протасова в Яндексе Алгоритмы о выборе дороги и сетях. Сети Штейнера. https://habr.com/ru/company/yandex/blog/215931/

3. Журнал «В мире науки», Поиск кратчайших сетей, № 3 · МАРТ 1989 ·

с. 64–70