Муниципальное бюджетное образовательное учреждение Первомайская средняя общеобразовательная школа

ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ РАБОТА
«Применение физических законов для решения геометрических задач»

Выполнил : Шутова Светлана, 11 А класс
Руководитель: Якименко В.А., учитель математики

с. Первомайское - 2022

Являясь выпускником физико-математического класса, готовясь к выпускным экзаменам. Я прорешал много сложных геометрических и физических задач, пришел к выводу, что предыдущие годы, ведущей тема - нахождение угла между прямой и плоскостью, в последние годы чаще встречаются задачи на СООТНОШЕНИЯ. Решение этого класса задач сводится к подобным треугольникам, если изучать шире, то с применением т. Менелая (или Чевы).
Я же хочу показать метод с применяем законов физики, это в конечном итогого формирует рациональное поведение школьника с точки зрения слияния дисциплин и должно иметь место в школьном курсе.
Поэтому **цель** данной работы: : применение физических законов для решении геометрических задач по теме «Соотношения»; приближение данных методов к реальной жизни.

Задачи:

1.Собрать информацию о свойствах пропорциональных отрезков.
2.Систематизировать подходы и методы решения задач на отношение отрезков.
3. Найти интересные решения сложных задач геометрии с применение физических процессов, тем самым упростить путь решения, и обогатить это решение связью с естествознанием.
4. Разобрать олимпиадные задачи, решение которых базируется на результате моего исследования.

Я выдвигаю ***гипотезу,*** что желание изучать и применять ранее неизвестную теорию при решении задач, может способствовать развитию интереса к геометрии, как науке.

Методы исследования:

- анализ литературы;
- математическая обработка данных;
- поиск и решение задач по данной теме;
- обобщение.

Объект исследования: задачи на свойства пропорциональных отрезков.
Предмет исследования: методы решения задач.
Новизна работы состоит в том , что
Первая глава теоритическая:
теория и задачи взяты из сайтов интернета (авторство задач, к сожалению, установить нельзя).
Понятие пропорциональных отрезков используется при решении треугольников с применением теорем Фалеса, Чевы, Менелая, теоремы о биссектрисе треугольника, признаков подобия. Пропорциональность и подобие рассматриваются в трапециях и правильных многоугольниках.
Обилие различных видов геометрических задач и многообразие приёмов и методов их решения делают геометрию наиболее трудным разделом школьной математики.

Вторая глава связь геометрических задач с физическим явление «равновесие». Данный метод взят с сайтов подготовки к ЕГЭ, так называемые методы Султанова. Султанов, выходец из СССР ученый математик, уехавший в 90 –е годы в Америку. Занимается адаптацией математических понятий к практической жизни. Так метод пропорциональных отрезков он рассматривает как равновесие. Ведь , например треугольник, можно рассматривать как геометрическую фигуру, а можно как физическое тело. Треугольник вылитый, как тонкая пластина. Именно метод физических пластин преподается в американских школах, а Султанов за приближение математики к реальной жизни получил престижную американскую премию в области методики математики.
Третья глава: Привожу примеры решения задач как с помощью математических теорем так и с применением физических законов.

Исходя из вышеизложенного, я выбрал в качестве исследования класс задач на « деление сторон в соотношении»

Первая глава

Пример:
Точка M лежит на стороне AB треугольника ABC, точка N - на стороне BC, при этом AM: MB = 3:2, BN:NC = 1:2. Прямая MN пересекает прямую AC в точке K. Чему равно отношение AK: AC?

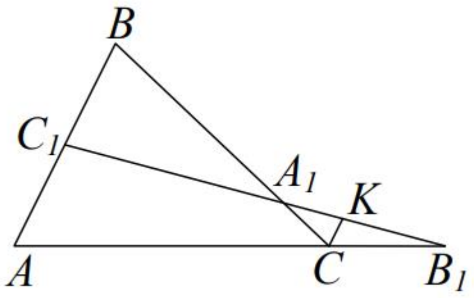
Применять теорему Менелая- Чевы для решения подобной задачи - это стрелять «из пушки по воробьям», но все таки…

Первый способ. По теореме Менелая – Чевы.

Рассмотрим т. Менелая –Чевы

Теорема:

Если на сторонах BC, AB и продолжении стороны AC треугольника ABC за точку C отмечены соответственно точки A_1, C_1 и B_1, лежащие на одной прямой, то $\frac{AC_1}{C_1B}\cdot\frac{BA_1}{A_1C}\cdot\frac{CB_1}{B_1A}=\mathbf{1}$.



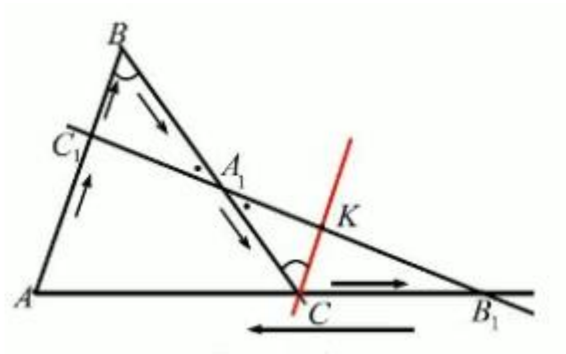
1. Проведем через точку C прямую, параллельную AB. $CK \| AB$.

2. $\Delta AC_1B_1 \backsim CKB_1, \frac{AC_1}{CK} = \frac{B_1A}{B_1C} \Rightarrow CK = \frac{AC_1 \cdot B_1C}{B_1A}$.

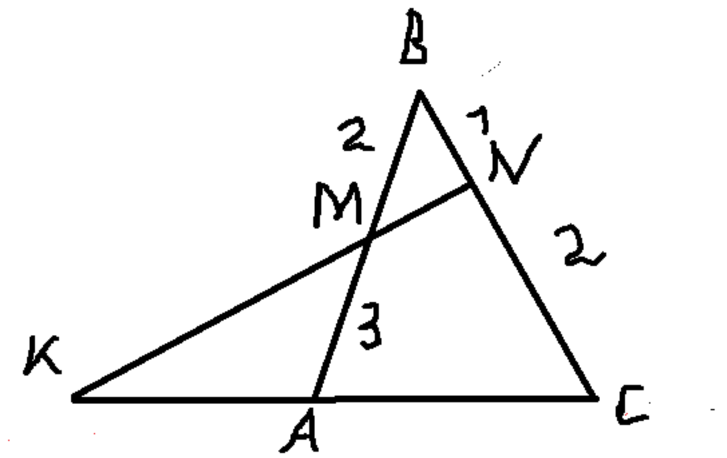
3. $\Delta BC_1A_1 \backsim CKA_1, \frac{C_1B}{CK} = \frac{BA_1}{A_1C} \Rightarrow CK = \frac{C_1B \cdot A_1C}{BA_1}$.

Тогда $\frac{AC_1 \cdot B_1C}{B_1A} = \frac{C_1B \cdot A_1C}{BA_1}$ или $\frac{AC_1 \cdot B_1C \cdot BA_1}{B_1A \cdot C_1B \cdot A_1C} = 1 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \frac{AC_1}{C_1B} \cdot \frac{BA_1}{A_1C} \cdot \frac{CB_1}{B_1A} = 1.$$



Решение нашей задачи.



$\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{CK}{KA} = 1 \quad \frac{AK}{KC} = \frac{3}{1}$

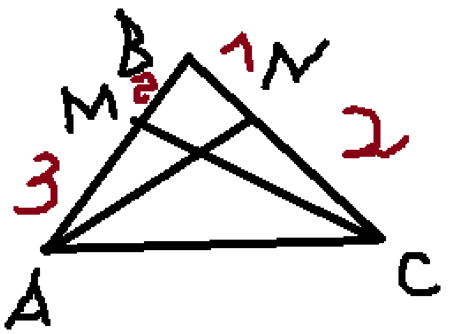
Вторая глава

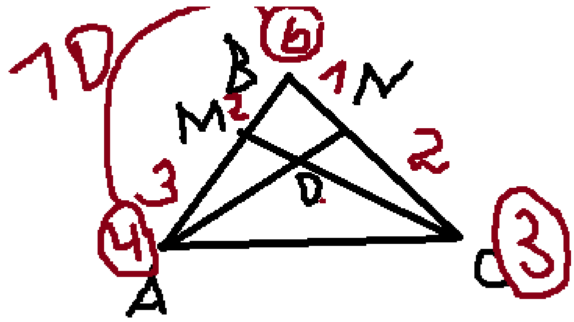
Второй способ. Физическая интерпретация задачи.

Разместить грузики в точках К, В,С так что быв точке М был центр масс.
Представим, что треугольник – это однородная пластина. Точку пересечения медиан треугольника называют ***центром тяжести*** или ***центром масс.*** Оказывается, если поместить в вершины треугольника равные массы, то центр попадает в эту точку. Центр равных масс иногда называют центроидом. В этой точке располагаются и центр масс однородного треугольной пластины. Если подобную пластину поместить на булавку, то пластина удерживает равновесие.

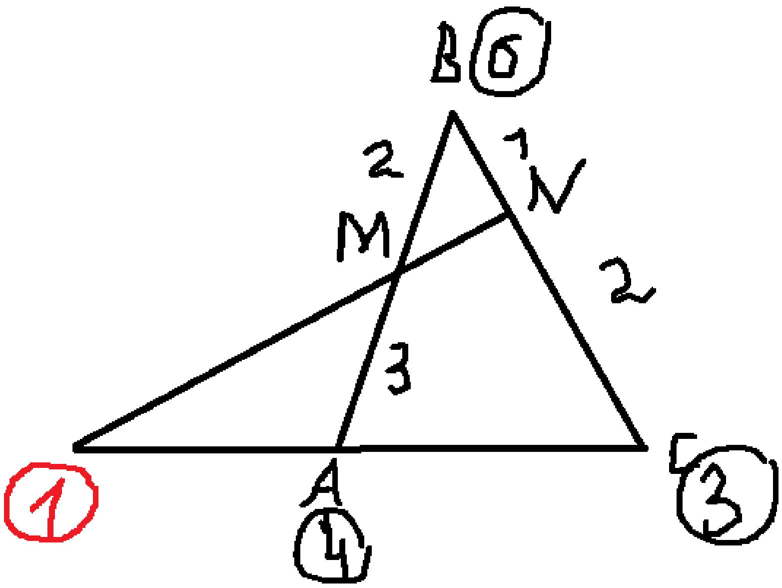
М - момент силы – произведение модуля силы, вращающей тело, на её плечо

Задача 1: Точка М лежит на стороне АВ треугольника АВС, N на стороне ВС, АМ:МВ=3:2 BN :NC=1:2 , АN пересекается с СМ в точке О. Чему равно соотношение СО:ОМ?



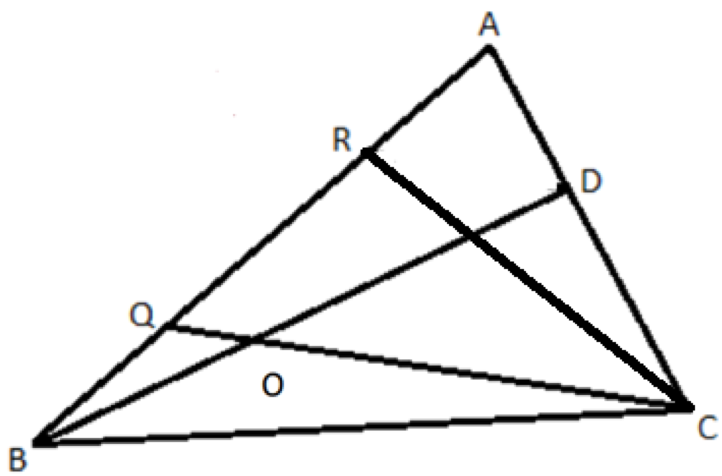


Решим нашу первую задачу.



Третья глава. Решение задач различными методами.

Задача 2



На стороне AB треугольника ABC взяты точки Q и R так, что BQ:QA=1:4; на стороне AC взята точка D так, что AD:DC = 2:3. Отрезки BD и QC пересекаются в точке O. Найти отношение BO:OD.

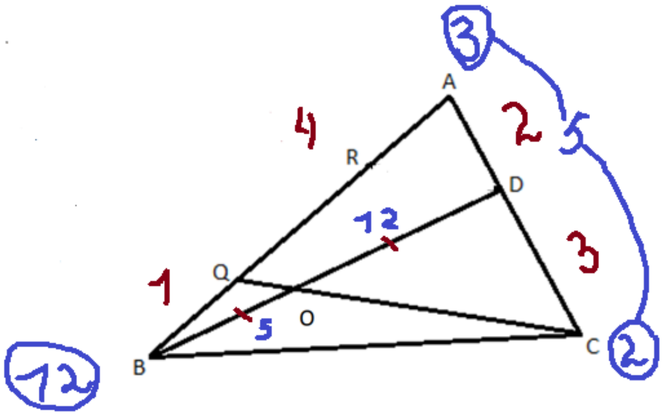
Р е ш е н и е с п о м о щ ь ю т е о р е м ы Ф а л е с а. Проведём отрезок RD, параллельный QC. Получим треугольники ARD и AQC, подобные по двум углам. Пусть BQ = x, AQ = 4x. Отсюда получим:

AR $= \frac{2}{5} \times 4x = \frac{8}{5}x$;   RQ $= \frac{3}{5} \times 4x = \frac{12}{5}x$.

Рассмотрим угол RBD. По теореме Фалеса получим:

$$\frac{RQ}{QB} = \frac{OD}{BO} = \frac{12}{5}$$

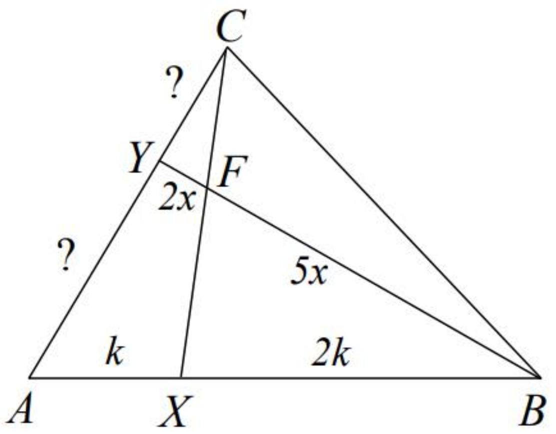
Очевидно, что $\frac{BO}{OD} = \frac{5}{12}$.



Задача 3

Точка X делит сторону AB треугольника ABC в отношении 2:1. Точка Y лежит на стороне AC и отрезок BY делится отрезком XC в отношении 5:2. В каком отношении точка Y делит сторону AC?

Решение:



Первый способ.

$\frac{CY}{YA} = p;\ \frac{AX}{XB} = \frac{1}{2} = q;\ \frac{BF}{FY} = \frac{5}{2} = r.$

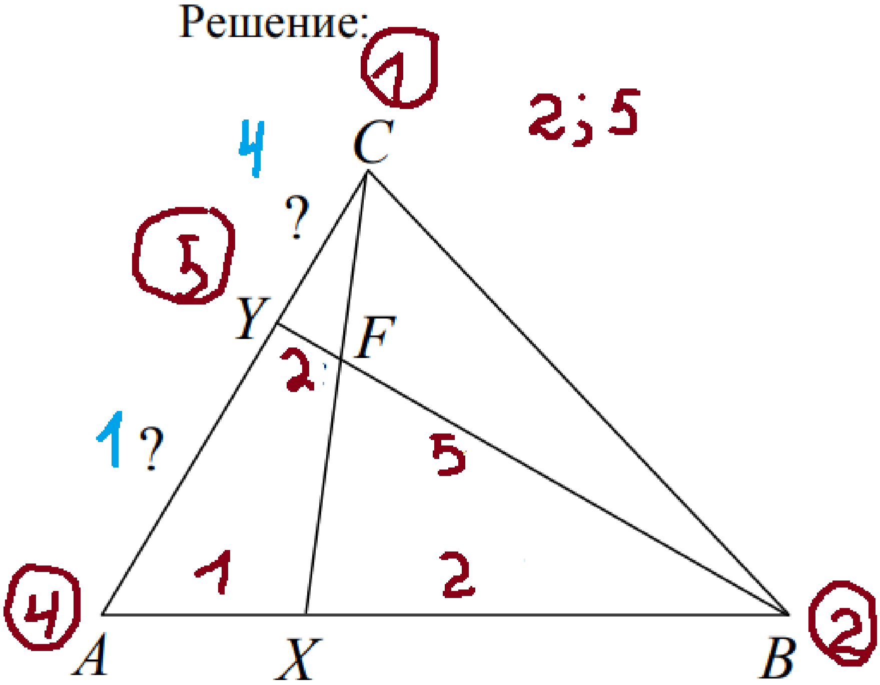
$p \cdot q \cdot r = p + 1;\ p \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2} = p + 1;\ 5p = 4p + 4;\ p = 4 \Rightarrow \frac{CY}{YA} = \frac{4}{1}.$

Второй способ. По теореме Менелая:

$\frac{AX}{XB} \cdot \frac{BF}{FY} \cdot \frac{YC}{CA} = 1;\ \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{YC}{CA} = 1;\ \frac{YC}{CA} = \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{YC}{AY} = \frac{4}{1}.$

Ответ: 4:1.

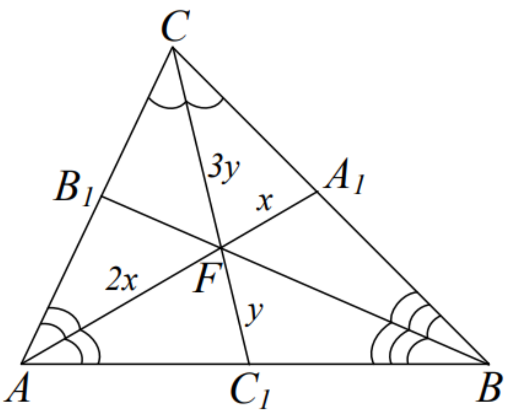
Решение:



Ответ: 4:1.

Задача 4

Две биссектрисы в треугольнике делятся в точке пересечения 2:1 и 3:1 (считая от вершины). Найти, в каком отношении делится точкой пересечения третья биссектриса.



Решение:

1. ΔABC. Пусть $BC = a, AC = b, AB = c$.

2. AA_1 – биссектриса $\Rightarrow \frac{BA_1}{A_1C} = \frac{c}{b}$;

CC_1 – биссектриса $\Rightarrow \frac{AC_1}{C_1B} = \frac{b}{a}$;

BB_1 – биссектриса $\Rightarrow \frac{CB_1}{B_1A} = \frac{a}{c}$.

3. ΔABC; $\left.\begin{array}{l} \dfrac{AC_1}{C_1B} = \dfrac{b}{a}\ (p) \\ \dfrac{BA_1}{A_1C} = \dfrac{c}{b}\ (q) \\ \dfrac{CF}{FC_1} = \dfrac{3}{1}\ \ (r) \end{array}\right| p \cdot q \cdot r = p + 1; \frac{b}{a} \cdot \frac{c}{b} \cdot \frac{3}{1} = \frac{b}{a} + 1;\ \frac{3c}{a} = \frac{a+b}{a};\ 3c = a + b.$

4. ΔBCA; $\left.\begin{array}{l} \dfrac{BA_1}{A_1C} = \dfrac{c}{b}\ (p) \\ \dfrac{CB_1}{B_1A} = \dfrac{a}{c}\ (q) \\ \dfrac{AF}{FA_1} = \dfrac{2}{1}\ \ (r) \end{array}\right| p \cdot q \cdot r = p + 1; \frac{c}{b} \cdot \frac{a}{c} \cdot \frac{2}{1} = \frac{c}{b} + 1;\ \frac{2a}{b} = \frac{b+c}{b};\ 2a = b + c.$

5. ΔCAB; $\left.\begin{array}{l} \dfrac{CB_1}{B_1A} = \dfrac{a}{b}\ (p) \\ \dfrac{AC_1}{C_1B} = \dfrac{b}{a}\ (q) \\ \dfrac{BF}{FB_1} = r \end{array}\right| p \cdot q \cdot r = p + 1; \frac{a}{c} \cdot \frac{b}{a} \cdot r = \frac{a}{c} + 1;\ \frac{b \cdot r}{c} = \frac{a+c}{c};\ r = \frac{a+c}{b}.$

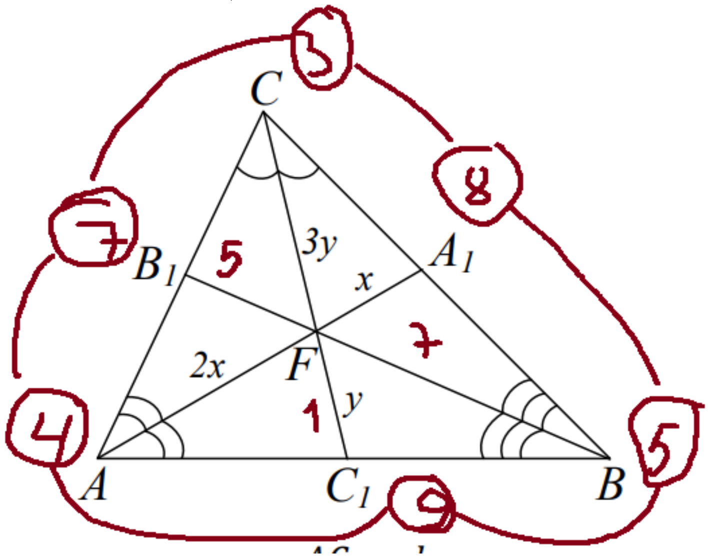
6. Составляем систему:

$$\begin{cases} 3c = a + b \\ 2a = b + c \\ r = \dfrac{a+c}{b} \end{cases};\ \begin{cases} b = 3c - a \\ b = 2a - c \\ r = \dfrac{a+c}{b} \end{cases};\ \begin{cases} 4c - 3a = 0 \\ r = \dfrac{a+c}{b} \end{cases};\ \begin{cases} c = \dfrac{3}{4}a \\ r = \dfrac{a + \frac{3}{4}a}{b} = \dfrac{7}{4}\dfrac{a}{b} = \dfrac{7}{4}a : \dfrac{5}{4}a = \dfrac{7}{5} = 7:5. \end{cases}$$

$$\left(b = 2a - c = 2a - \frac{3}{4}a = \frac{5}{4}a\right).$$

Ответ: 7:5.

Решим с помощью момента сил.



Ответ: 7:5

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, мне удалось реализовать все цели и задачи, поставленные перед выполнением этой исследовательской работы. В ходе своего исследования мне удалось не только заменить решения задач с помощью теоремы Менелая, на рационализаторские находки в ее не применении, ранее не известную и не применяемую в школьном курсе. Считаю, что эта работа актуальна для выпускников старших классов общеобразовательных школ, так как результаты, полученные мною, будут полезны для старшеклассников в привитии им умений и навыков поиска нестандартных способов и методов решения математических задач, в том числе при решении задач № 16 на ЕГЭ. Моя работа имеет также перспективу продолжения, для конференции я представляю сокращенный вариант. .

Считаю, что мне удалось, найти интересные решения сложных задач геометрии с применение физических процессов моментов силы, тем самым упростить путь решения, но и обогатить это решение связью с естествознанием.

Данную работу представлял одноклассникам, мы пришли к выводу, что научившись методу Султанова, задачи на соотношения отрезков можно решать без ошибочно!!!!!, но практически нечего записывать в бланки ЕГЭ, только схема, что не оценят проверяющие. Зато быстро можно проверить себя, или хотябы за минуты получить правильный ответ. Приношу свои извинения, если не смог понятно описать интересный метод Султанова.

Используемые ресурсы:

1. Шарыгин И.Ф. Геометрия. Задачник.9—11 классы. — М.: Дрофа, 1996 – 243 с
2. Ткачук В.В. Математика абитуриенту. – М.: МЦНМО, 2005.
3. Корянов А.Г. математика. ЕГЭ 2010. Задания типа С4.
4. Пантелеев В.П.Статья «Пропорциональные отрезки и то, что за ними», журнал «Математика в школе» №8 2000г.
5. https://infourok.ru/konspekt-uroka-po-teme-moment-sili-446712.html