НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ РАБОТА.

МАТЕМАТИКА

«ПЯТЫЙ ПРИЗНАК РАВЕНСТВА ТРЕУГОЛЬНИКОВ»

Выполнил:

Ремизов Святослав Вячеславович

учащийся 7 «б» класса

МОУ «Запрудненская гимназия»,

Россия, Московская область, Талдомский г.о., п. Запрудня

Руководитель:

Зельниченко Марина Владимировна

Учитель математики,

МОУ «Запрудненская гимназия»,

Россия, Московская область, Талдомский г.о., п. Запрудня

Введение

На уроке геометрии мы проверяли домашнее задание по теме признаки равенства треугольников. Был вопрос: «Какой признак равенства треугольников существует?» Также были даны варианты ответа. Мне вдруг бросился в глаза вариант ответа «по трём углам». Я подумал, что это можно доказать и сказал об этом учительнице. Учителю эта идея понравилась, и я решил доказать, что данный признак равенства треугольников имеет право на существование. Так появилась идея моего проекта.

Гипотеза

Утверждение: «Если три угла одного треугольника соответственно равны трём углам другого треугольника, то такие треугольники равны».

Цель проекта

Доказать верность гипотезы: «Если три угла одного треугольника соответственно равны трём углам другого треугольника, то такие треугольники равны».

Задачи:

- Изучить все существующие признаки равенства треугольников и их доказательства;
- Повысить знания в области геометрии.

Основная часть

Признаки равенства треугольников имели издавна важнейшее значение в геометрии, так как доказательства многочисленных теорем сводилось к доказательству равенства тех или иных треугольников. Доказательством признаков равенства треугольников занимались еще пифагорейцы. По словам Прокла, Евдем Родосский приписывает Фалесу Милетскому доказательство о равенстве двух треугольников, имеющих равными сторону и два прилежащих к ней угла (второй признак равенства треугольников).

В курсе геометрии мы изучаем 3 признака равенства треугольников.

1 признак: если 2 стороны одного треугольника и угол между ними равны соответственно двум сторонам и углу между ними другого треугольника, то такие треугольники равны.

2 признак: если сторона и 2 прилежащих к ней угла одного треугольника равны соответственно стороне и двум прилежащим к ней углам другого треугольника, то такие треугольники равны.

3 признак: если 3 стороны одного треугольника соответственно равны 3м сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.

Изучая данный вопрос в интернет - пространстве, я увидел, что существует еще *4-й признак равенства треугольников*, который звучит следующим образом: «Если две стороны и угол, лежащий против большей из них одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу, лежащему против большей из них другого треугольника, то такие треугольники равны».

Давайте его докажем.

Дано:

Δ ABC, Δ A1B1C1,

$AB = A_1 B_1$, $AC = A_1 C_1$,

$AC > AB$

$\angle B = \angle B_1$

Доказать:

Δ ABC = Δ $A_1B_1C_1$.

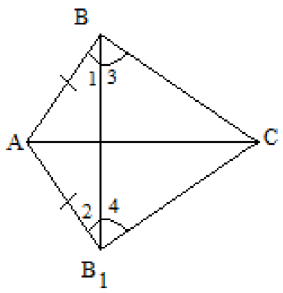

Рисунок 1

Доказательство:

1) ΔABB_1– равнобедренный, значит 2 $\angle$ =1 $\angle$.

2) 4 $\angle$ =3 $\angle$ как остатки равных углов.

3) Получим ΔBCB_1 – равнобедренный, отсюда BC = B_1C.

4) $\Delta ABC=\Delta A_1B_1C_1$ по трем сторонам.

Доказательство теоремы пятого признака равенства треугольников

Теорема: если три угла одного треугольника соответственно равны трём углам другого треугольника, то такие треугольники равны.

Доказательство:

Рассмотрим треугольники ABC и $A_1B_1C_1$, у которых $\angle A=\angle A_1$, $\angle B=\angle B_1$, $\angle C=\angle C_1$

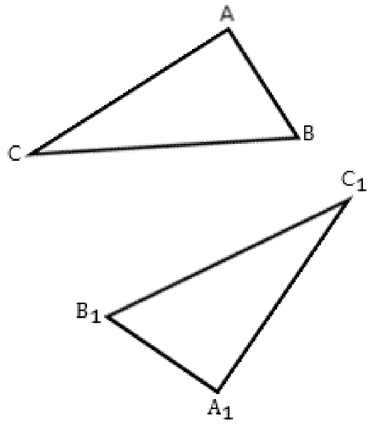

Рисунок 2

Докажем от противного. Допустим, что треугольники не равны. Тогда не равны их стороны. Но если удлинить или укоротить какую-нибудь сторону, то увеличится или уменьшится градусная мера угла.

Проверим.

Возьмём ΔCMT

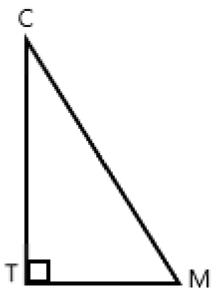

Рисунок 3

На рисунке показано ∠T = 90°. Удлиним сторону TM.

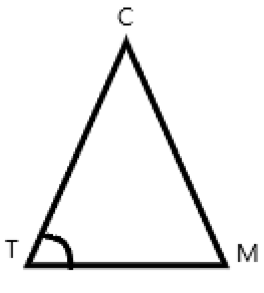

Рисунок 4

Как видно на рисунке ∠T≠90°. Он стал острым ⇒ его градусная мера уменьшилась.

Теперь в исходном треугольнике укоротим TM.

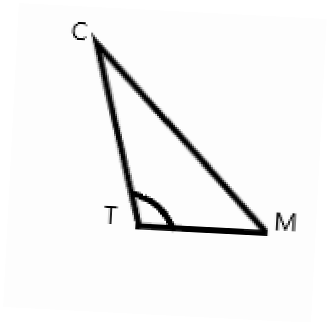

Рисунок 5

Как видно на рисунке $\angle T \neq 90°$. Он стал тупым $\Rightarrow$ его градусная мера увеличилась.

Получается утверждение: «Если удлинить или укоротить какую-нибудь сторону, то увеличится или уменьшится градусная мера угла» можно применить ко всем сторонам треугольников ABC и $A_1B_1C_1$ $\Rightarrow$ чтобы выполнялось условие «$\angle A=\angle A_1$; $\angle B=\angle B_1$; $\angle C=\angle C_1$» надо чтобы все соответствующие стороны были равны $\Rightarrow$ $\Delta ABC=\Delta A_1B_1C_1$ по всем известным нам признакам. <u>Теорема доказана.</u>

Поговорив о моём доказательстве с учителем, я понял, что доказательство не идеально. Допустим, что я увеличил все стороны в два раза. Треугольники будут разными, но градусные меры углов будут равны, а треугольники получаются подобными.

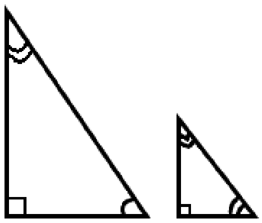

Рисунок 6

Тогда в доказательство надо добавить слова «$\Delta ABC=\Delta A_1B_1C_1$ по трём углам, если их стороны не будут увеличены или уменьшены одновременно в N раз».

Вывод.

В результате проведенной работы, я расширил свои знания в области геометрии, узнал, что существует четвертый признак равенства треугольников. Моя попытка доказать пятый признак равенства треугольников не совсем удачная. В доказательстве я не учел случай подобных треугольников.

Литература

1. Л. С. Атанасян и др, Геометрия. 7-9 классы: учеб. для общеобразоват. Организаций. 12-е изд. - М.: Просвещение, 2021. – 383 с.
2. Бурмистрова, Т.А. Геометрия. Сборник рабочих программ. 7 – 9 классы: пособие для учителей общеобразов. организаций / [сост. Т.А. Бурмистрова]. – 2-е изд., дораб. – М.: Просвещение, 2014. – 95 с.
3. Шарыгин, И.Ф. Геометрия. 7-9 кл.: учеб. для общеобразоват. учреждений / И.Ф. Шарыгин. – М.: Дрофа, 2012.
4. https://interneturok.ru/lesson/geometry/9-klass/itogovoe-povtorenie-kursa-geometrii-za-79-klassy/treugolniki-priznaki-ravenstva-i-podobiya-treugolnikov-ih-osnovnye-elementy-i-zamechatelnye-tochki
5. https://infourok.ru/dokazatelstvo-chetvertogo-priznaka-ravenstva-treugolnikov-1438488.html#:~:text=Четвертый%20признак%20равенства%20треугольников%20,треугольника%2C%20то%20такие%20треугольники%20равны»