

НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ РАБОТА.

МАТЕМАТИКА

«ОРИГАМИ – БУМАЖНАЯ ГЕОМЕТРИЯ»

Выполнил:

Жылюк Станислав Олегович

учащиеся 9 класса

МОУ Вербилковская СОШ, Россия, МО, Талдомский г.о.

Руководитель:

Лапина Наталья Юрьевна

Учитель математики,

МОУ Вербилковская СОШ, Россия, МО, Талдомский г.о.

В математике есть своя красота,
как в живописи и поэзии.

Н.Е. Жуковский

В современном обществе изменились цели образования и в результате мы должны, уверенно владеть широким набором приемов решения задач, приводя при этом необходимые пояснения и обоснования.

Геометрия – один из тех предметов, который позволяет осуществить эту цель.

В 5, 6 классах на уроках математики мы изготавливали различные интересные фигурки из бумаги. Позже на уроках геометрии мы неоднократно разбирали различные доказательства теорем, решения задач. Я задумывался, как можно проще понять и объяснить те или иные свойства геометрических фигур. В своей работе я постараюсь выяснить, насколько проще и понятней иногда бывает работать не только с терминами и правилами, а и с бумагой, подключая свою фантазию и логику. Также попытаюсь разработать решения некоторых задач по геометрии с помощью оригами.

В ходе простейших действий с листом бумаги, например, складывание его по вертикали или диагонали, мы уже решаем задачи на построение и исследование свойств, понятий геометрических фигур, при этом делаем это творчески и наглядно.

Французский архитектор Корбюзье еще в начале прошлого столетия сказал:
«Все вокруг геометрия. Нашу цивилизацию можно назвать Цивилизацией Геометрии.»

А геометрия и наша жизнь очень тесно между собой связаны. Поэтому я задумался над проблемой: как связаны таинственное искусство складывания фигурок из бумаги оригами и мой любимый предмет – геометрия.

Определилась **цель** моей работы – выяснить, возможно ли использовать искусство оригами при изучении курса геометрии.

Актуальность исследования состоит в том, что оригами выступает как наглядный инструмент для решения математических задач.

История возникновения оригами

Оригами в переводе с японского означает «сложенная бумага». «Ori» — это складывать, а «kami» — бумага. Сам термин «оригами» возник только в 1880 году. Таким образом, оригами — это древнее искусство складывания фигурок из бумаги. Несмотря на традиционно приписываемые японские корни, искусство оригами своими корнями уходит к древнему Китаю, где и была открыта бумага.

Виды оригами

В настоящее время в искусстве «оригами» выделяют три основных направления:

1. **Традиционное.**
2. **Модульное**
3. **Оригаметрия.**

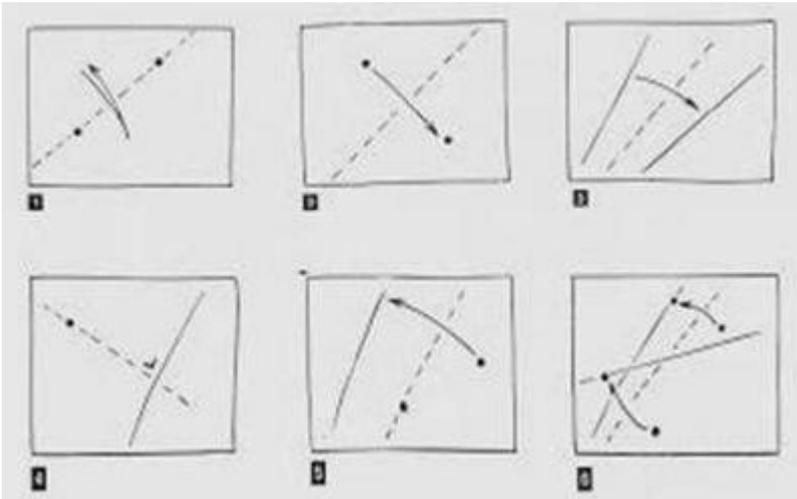
Оригаметрия

Оригаметрия — это наглядная геометрия, основанная на аксиомах евклидовой геометрии.

Основы оригаметрии составляют с одной стороны, система аксиом в геометрии, с другой — техники, которые используются при складывании бумажного листа. Одним из первых исследователей этого направления оригами – Фумиаки Фудзита (японский математик и мастер оригами). Благодаря ему и были сформулированы основные аксиомы оригаметрии :

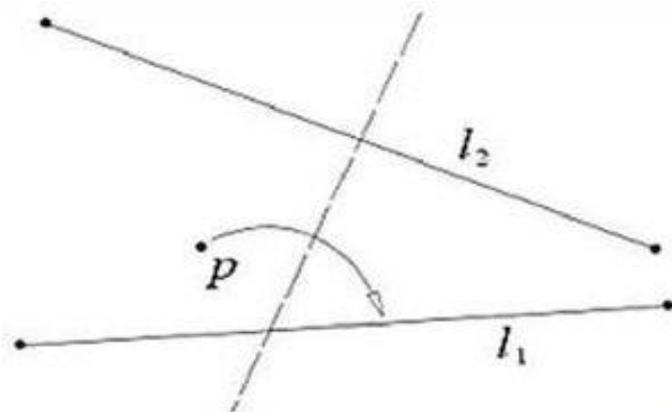
1. Существует единственный сгиб, проходящий через две данных точки.
2. Существует единственный сгиб, совмещающий две данные точки.

3. Существует единственный сгиб, совмещающий две данные прямые.
4. Существует единственный сгиб, проходящий через данную точку и перпендикулярный данной прямой.
5. Существует единственный сгиб, проходящий через данную точку и помещающий другую данную точку на данную прямую.
6. Существует единственный сгиб, помещающий каждую из двух данных точек на одну из двух данных пересекающихся прямых.



В 2002 году японским оригамистом Коширо Хатори была выведена седьмая аксиома, которая не была описана Ф. Фудзита :

7. Для двух данных прямых и точки существует линия сгиба, перпендикулярная первой прямой и помещающая данную точку на вторую прямую.



Описанные аксиомы соответствуют аксиомам геометрии, а значит методом оригами – перегибание листа бумаги – возможно решение части геометрических задач.

Исследуя различные способы решения геометрических задач, часто задаешься вопросом «*Есть ли наиболее быстрый и наглядный способ?*». Поиск ответов нередко приходит из сфер жизни человека не связанных с геометрией. Рассмотренные в литературе задачи курса геометрии 7-9 класса можно сгруппировать в 3 категории:

1. Задачи на построение.
2. Нахождение различных элементов (горизонтальные, вертикальные, наклонные прямые, стороны фигур, диагонали), фигур (квадраты, треугольники).
3. Доказательство теорем и свойств фигур.

Рассмотрим примеры задач, в которых метод оригами упрощает вычисления и построения.

Например, при изучении темы «*Замечательные точки треугольника*», учащиеся убеждаются в том, что все биссектрисы, медианы, высоты, серединные перпендикуляры треугольника пересекаются в одной точке, а потом свою точку зрения можно доказать и математически.

Разберем оригамское решение некоторых задач, так как математическое обоснование есть в учебниках геометрии.

В учебнике геометрии Л.С.Атанасяна «Геометрия 7 – 9» есть задачи которые можно решить на основе изученных приёмов с помощью оригами, хотя такого метода при их решении не подразумевается.

Задача (№50) Угол АОВ является частью угла АОС. $\angle AOC = 108^\circ$, $\angle AOB = 3\angle BOC$. Найдите $\angle AOB$.

Как нам поможет оригами? Возьмем лист бумаги, согнем угол ВОС. Он может быть любым. Свернем лист бумаги так, чтобы образовалось еще 3 таких угла. Это угол АОВ.

Развернем лист бумаги, всего получилось 4 равных угла (4 части). Тогда $108^\circ : 4 = 27^\circ$ – одна часть. $\angle AOB = 3 \cdot 27^\circ = 81^\circ$.

Задача (№39) Отрезок, длина которого a см, разделен произвольной точкой на два отрезка. Найдите расстояние между серединами отрезков. При обычном способе решения задача вызвала трудности у моих одноклассников, но после применения оригаметрии, решение стало наглядным и более понятным. Возьмем лист бумаги. На стороне АВ листа отметим произвольную точку С. Перегнем лист, совместим точки В и С и найдем середину отрезка ВС. Обозначим эту точку М. Аналогично, перегнув лист, найдем середину N отрезка АС. MN – искомый отрезок. Бумага теперь сложена в два слоя. Тогда длина MN равна $a : 2$ см.

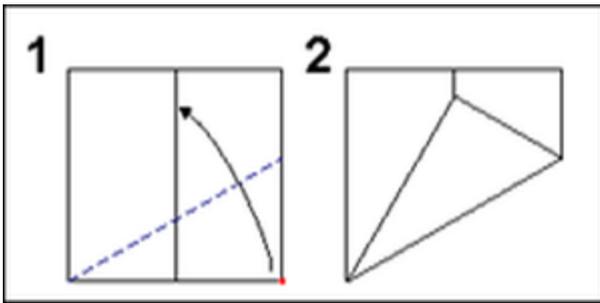
Задача (№83). Найдите угол, образованный биссектрисами двух смежных углов. Перегнув лист бумаги, построим два смежных угла АОС и ВОС. Затем совместим сторону ОА с лучом ОС, таким образом построим биссектрису ОМ. Совместим сторону ОВ с лучом ОС, получим биссектрису ОК угла ВОС. Искомый угол МОК. Но так как угол получился двойной (без наложений), то $\angle МОК = 180^\circ : 2 = 90^\circ$

Задача 1: Деление прямого угла

Откладывание угла в 30 или 60 градусов не представляет проблем. Достаточно построить на стороне квадрата равносторонний треугольник. Для этого:

1. Разделим квадрат вертикальной складкой на два равных прямоугольника.

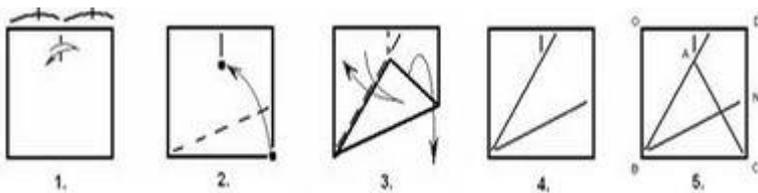
2. Проведем складку, которая переносит угол квадрата на отмеченную линию.



Данную задачу можно продолжить и дальше, выполнив деление угла в 15 градусов. Просто деля полученные углы в 60 и 30 градусов пополам.

Задача 2. Деление прямого угла на три равные части.

1. Наметьте сгиб, делящий верхнюю сторону квадрата пополам.
2. Совместите вершину правого нижнего угла квадрата с некоторой точкой намеченной линии сгиба.
3. Перегните левую верхнюю часть фигурки и вернитесь в исходное положение квадрата.
4. Проверьте результат. Вершина левого нижнего угла квадрата линиями сгиба разделена на три равных угла.



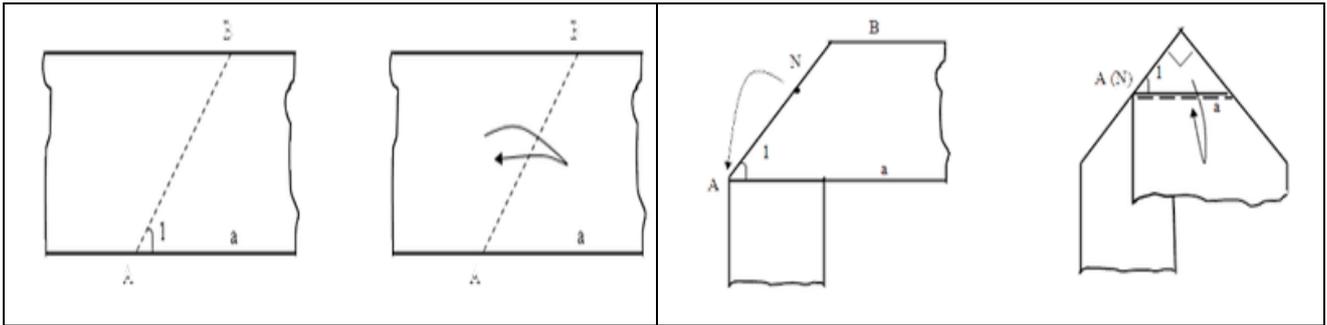
Данную задачу можно рассмотреть в теме построение равностороннего треугольника.

Задача 3. Построение правильного треугольника.

Задача 4: Через точку А, не лежащую на данной прямой а построить прямую b, параллельную данной.

1. Согнем лист бумаги по секущей и отметим на ней произвольную точку.
2. Совместим данную точку с одним из концов секущей.

3. Перегнуть лист через данную точку.



Список таких задач можно продолжать дальше, но наиболее интересным является доказательство теорем.

Теорема 1: Сумма углов любого треугольника равна 180 градусов.

Доказательство.

1. Возьмем лист бумаги, имеющий форму произвольного треугольника.
2. Проведем сгиб через одну из вершин треугольника, перпендикулярно противоположной стороне (высоту треугольника).
3. Совместим вершины треугольника с точкой у основания высоты треугольника

Теорема 2. Накрест лежащие углы, образованные при пересечении двух параллельных прямых секущей, равны.

Доказательство:

1. Возьмем лист бумаги с двумя параллельными сторонами и секущей АВ.
2. Совместим вершины накрест лежащих углов- точки А и В.
3. Углы 1 и 2 совпали при наложении, следовательно, угол 1 равен углу 2. Значит, накрест лежащие углы, образованные при пересечении двух параллельных прямых секущей, равны

Теорема 3. Катет прямоугольного треугольника, лежащий против угла в 30 градусов, равен половине гипотенузы.

Теорема Хага

Продолжая рассматривать задачи, возникает следующий вопрос: «*Многие ли учащиеся знают такой способ решения?*». Для этого был проведен опрос учащихся 7 классов

Я подобрал и объединил задачи, которые можно решить с помощью оригами, в сборник для использования в школьном курсе математики. Оригами не всегда дает готовое решение, а является своеобразной подсказкой, направляет на нахождение способа решения задачи и таким образом облегчает ее решение. Данные методы решения я предложил ученикам 7 и 8 классов, предварительно ознакомив их с основами оригами. Затем провел опрос, в результате которого большинство ребят отметили, что такой метод позволяет наглядно представить свойства фигур, решение задач становится более понятным

Количество опрошенных: 7 классы – 73 человека, 8 классы- 73 человека. Опрос показал, что большая часть учащихся не знают, что существует такой способ решения геометрических задач как оригами, однако многие хотели бы его рассмотреть .

Заключение

В ходе выполнения работы я познакомился с новым методом решения геометрических задач. Интересно было узнать, что оригами и геометрия тесно связаны. Узнал, что их можно решать не только с помощью чертежа, но и изготовив модель задачи. Теоремы и свойства фигур, решение задач в процессе складывания бумажного листа становятся более понятными.

На мой взгляд математика – является одной из сторон искусства оригами, при этом оригами является одним из способов изучения и понимания математики.

В заключении необходимо отметить, что проделанная работа может принести пользу не только в изучении геометрии, но при подготовке к экзаменам и самообразованию

Для меня же данный проект являлся отправной точкой в изучении различных способов быстрого, наглядного решения геометрических задач

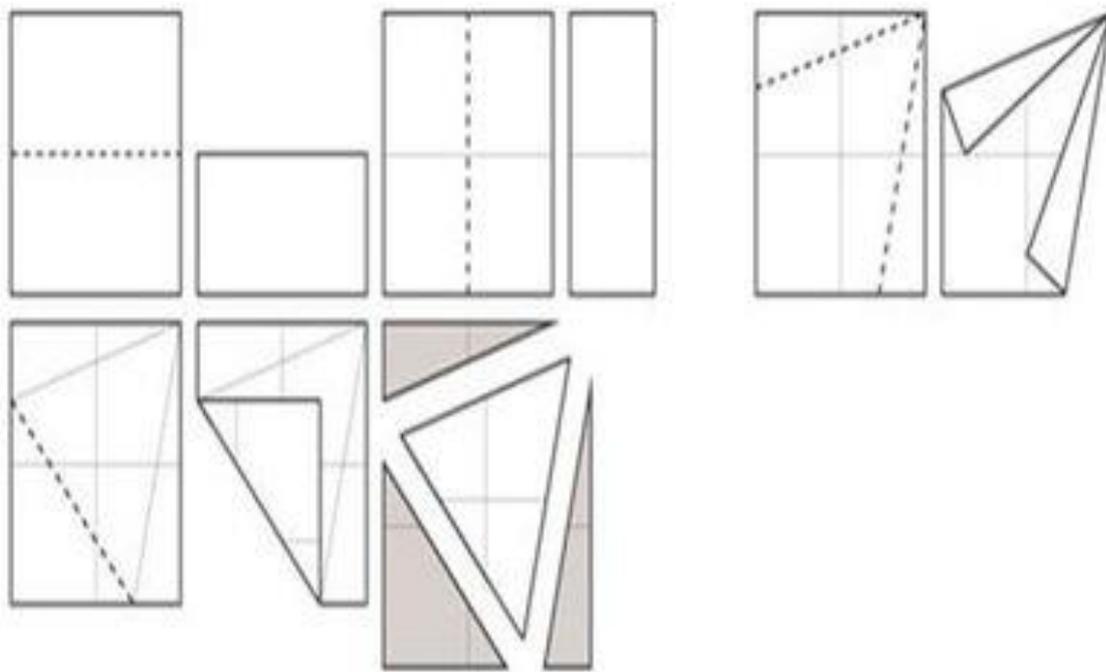
Список литературы

1. Афонькин С. Ю., Афонькина Е. Ю. Энциклопедия оригами. — СПб.: ООО Издательский дом "Кристалл", 2000.
2. Афонькин С.Ю., Афонькина Е.Ю. Все об оригами/Справочник. С-Пб: изд.Кристалл, М: «Оникс», 2005.
3. С. Н. Белим. Задачи по геометрии, решаемые методами оригами. — М.: изд. «Аким», 1998г.
4. Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. Геометрия. 7 – 9 классы: учебник для общеобразовательных учреждений. — М.: Просвещение, 2012. — 384 с.
5. Весновская О. В. Оригами: орнаменты, кусудамы, многогранники. — Чебоксары: изд. «Руссика», 2003. — 52 с.
6. Игнатъев Е.И. Математическая смекалка. Занимательные задачи, игры, фокусы, парадоксы. — М.: Омега, 1994. — 192с.
7. Перельман Я.И. Занимательные задачи и опыты. — М.: Книжный Клуб Книговек, 2015. — 496с.
8. Роу С. Геометрические упражнения с куском бумаги, пер. с английского. — Одесса: Матезис, 1923. — 167 с.
9. Хага К. Оригамика. Математические опыты со складыванием бумаги. — М.: МЦНМО, 2012. — 160с.
- 10.9. <http://www.etudes.ru> 10. <http://www.kvant.ru> 11. <http://www.nkj.ru> 12. <http://planetaorigami.ru>

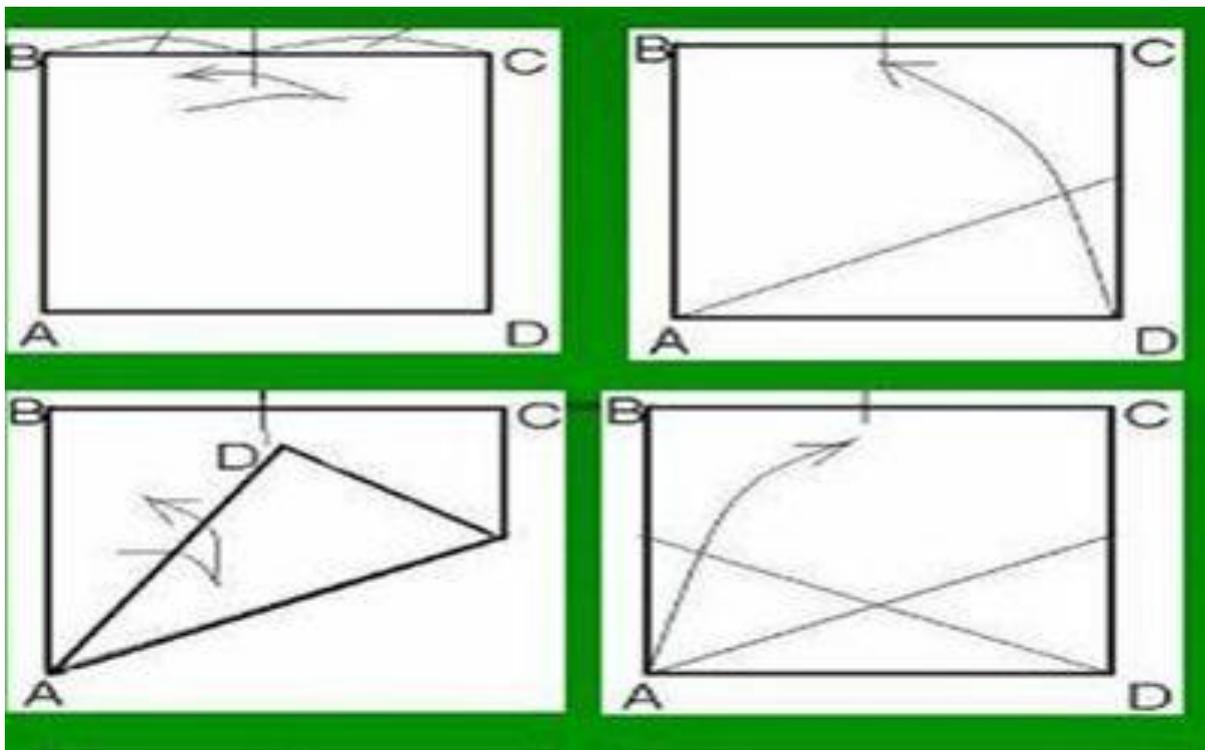
Приложение 1. Условные обозначения в оригами

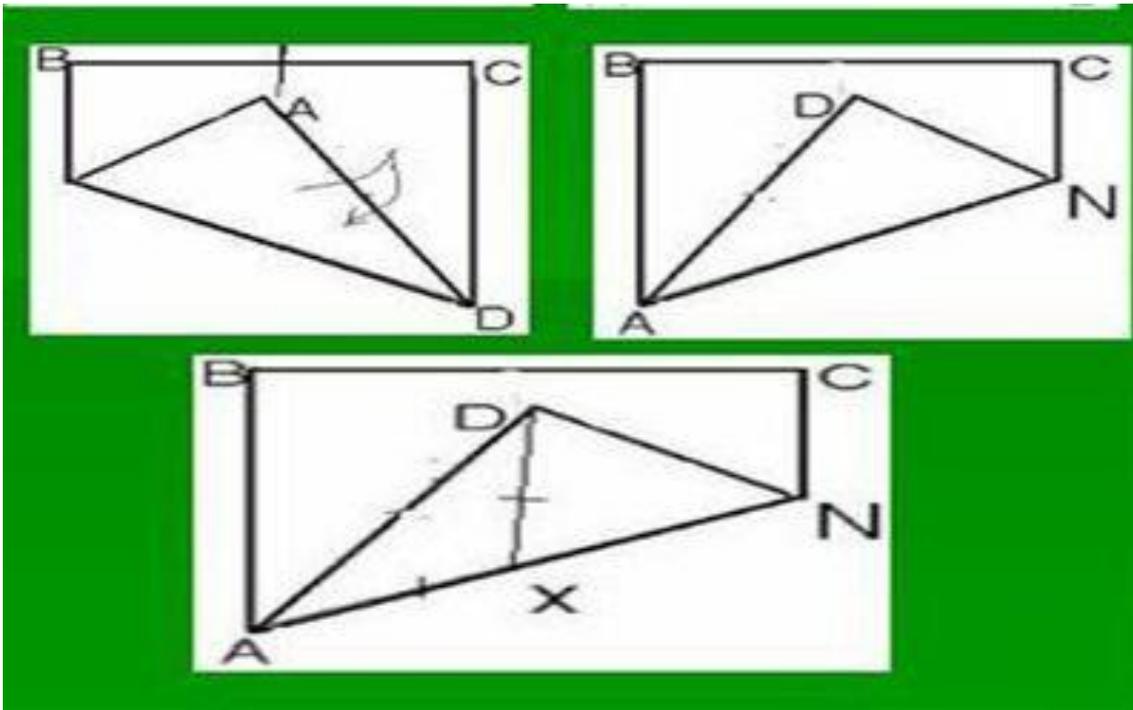
Сгиб «на себя», т.н. «сгиб долиной»			
Сгиб «от себя», т.н. «сгиб горой»			
Согнуть и разогнуть			
Сгиб «гормошкой»			
Совместить точки			
Перевернуть			
Повернуть			
Потянуть			
Сложить внутрь			
Сложить наружу			
Раскрыть			
Вогнуть внутрь			
Выгнуть наружу			

Приложение 2. Построение правильного треугольника



Приложение 3. Доказательство теоремы о катете прямоугольного треугольника, лежащего на против угла в 30°





Приложение 4. Анкета для учащихся 7-9 классов

1. Трудно Вам выполнять наглядное представление геометрических задач при решении?
2. Знаете ли Вы, что некоторые задачи по геометрии можно решать с помощью обычного перегибания листа бумаги (оригами)?
3. Хотели бы вы совместить свои знания в геометрии с техникой оригами для упрощения изучения геометрии?
4. Если в Internet будут предложены такие задачи, Вы будете обращаться к этому ресурсу и как часто?

Приложение 5. Результаты анкетирования

Диаграмма 1. Процент трудности в наглядном представлении геометрических задач

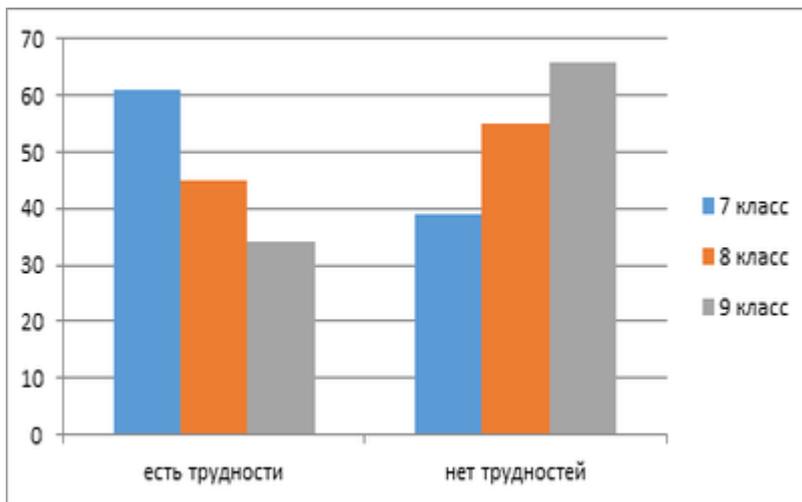


Диаграмма 2. Знаете ли Вы способ решения геометрических задач - оригами?

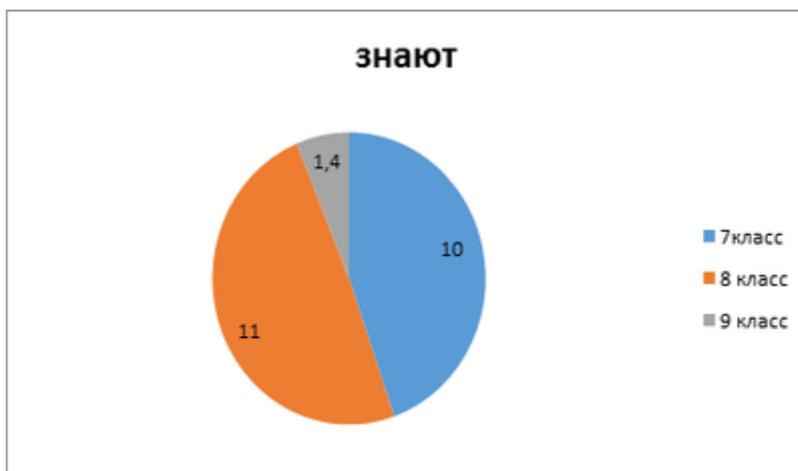


Диаграмма 3. Хотели бы вы совместить свои знания в геометрии с техникой оригами для упрощения изучения геометрии?

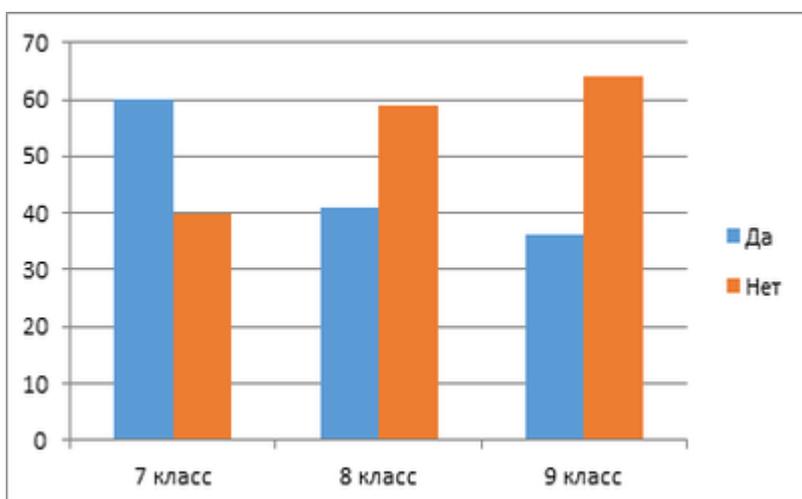


Диаграмма 4. Вы будете обращаться к этому ресурсу?

