

Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение  
средняя общеобразовательная школа №31

**Эффективность использования  
формул финансовой математики  
в механизме расчета ипотечного кредита**

Выполнила:

Емашева Дарья Андреевна

Ученица 10 класса

МБОУ СОШ №31

г.Абакан

Научный руководитель:

Резванцева Наталья Валерьевна

Учитель математики

г. Абакан

год 2021

## Содержание

<b>Введение</b> .....	3
<b>Основная часть</b>	
<b>Глава 1. История, сущность и развитие банковской системы</b>	
1.1. Особенности банковской системы.....	5
1.2. Ипотечный кредит как разновидность банковских услуг.....	6
<b>Глава 2. Экономические основы ипотечного кредитования</b>	
2.1. Инструменты финансовой математики в механизме расчета ипотечного кредита.....	8
2.2. Математический аппарат в сравнительном анализе видов погашения ипотечного кредита.....	14
<b>Заключение</b> .....	15
<b>Список литературы</b> .....	16

### ВВЕДЕНИЕ

Совсем скоро для большинства моих сверстников будет актуален вопрос: где взять капитал, чтобы начать свое «дело» или приобрести свое жилье? Предприниматели, которые не располагают достаточными средствами для

приобретения товаров или торгового оборудования обращаются в банк за кредитом. При покупке недвижимости, кредит выдается под залог этого имущества, и если заемщик не сможет выполнить обязательства по кредиту, приобретенная им недвижимость перейдет в собственность банка.

Во всех странах мира ипотека пользуется большой популярностью и постоянно развивается. При этом ипотечный кредит уже давно перестал быть делом только богатых людей. Заемщики со средним достатком могут взять ипотечный кредит на покупку квартиры. Так живут миллионы людей во всем мире.

Однако слабая информированность, неграмотность и незнание финансовых аспектов молодого поколения могут отрицательно сказаться в вопросах принятия решения об ипотечном кредитовании для молодых граждан.

Как оценить преимущества той или иной ипотечной программы и финансовые риски выплаты кредита? Знание инструментов финансовой математики: уравнений, формул, прогрессий, изучаемых в школе, послужит хорошей основой для уверенных действий в сфере кредитования.

**Актуальность** данной темы заключается в том, что информированность о возможностях займов, знакомство с финансовыми аспектами кредитования и инструментами финансовой математики, понятиями банковского дела способствуют уверенному поведению молодого поколения в финансовых вопросах, выбору будущей профессии, успешному осуществлению дальнейших жизненных планов.

**Объектом** исследования является ипотечное кредитование.

**Предметом** исследования выступает механизм расчета ипотечного кредита.

**Цель:** обосновать эффективность использования формул финансовой математики в механизмах расчета ипотечного кредита.

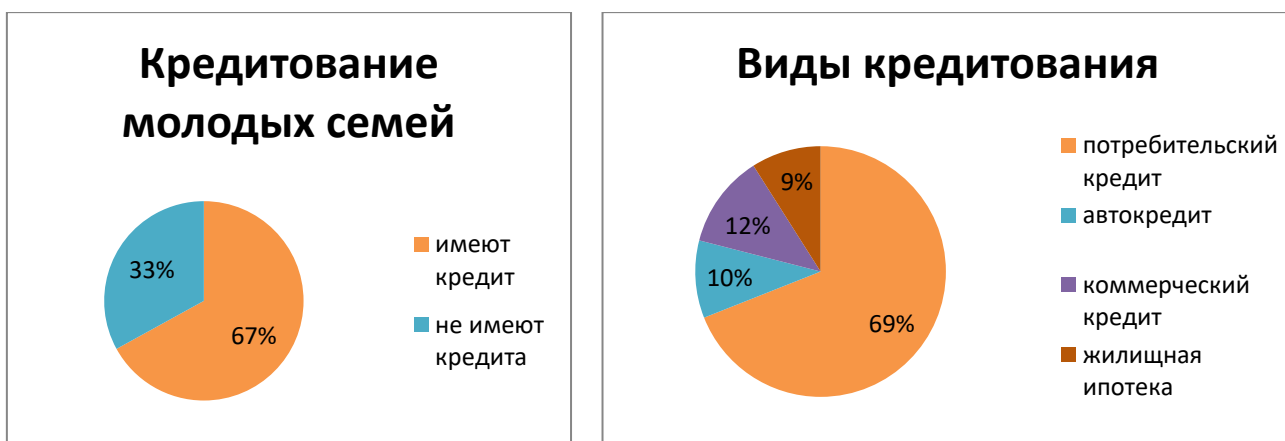
**Задачи:**

- ✓ познакомиться с особенностями банковской системы;

- ✓ определить место ипотечного кредитования в совокупности банковских услуг;
- ✓ рассмотреть механизмы расчета ипотечного кредита, используя эффективный математический аппарат вычислений;
- ✓ сравнить виды погашения ипотечного кредита путем использования инструментов финансовой математики, показать их преимущества.

**Гипотезой** исследования является следующее предположение о том, что если изучить необходимые инструменты финансовой математики и научиться самостоятельно рассчитывать выплаты ипотечного кредита, то это поможет правильно оценить кредитные риски и получить финансовую выгоду.

Насколько тема кредитования знакома и актуальна для молодых семей, было проведено социологическое анкетирование среди родителей учащихся начальной школы.



### **Практическая значимость.**

Знание математического аппарата различных вычислений дает возможность контролировать и оценивать возможные кредитные риски и находить финансовую выгоду для молодых семей.

## **Глава 1. ИСТОРИЯ, СУЩНОСТЬ И РАЗВИТИЕ БАНКОВСКОЙ СИСТЕМЫ**

### **1.1. Особенности банковской системы.**

Еще в древние времена математику и экономику объединить заставила необходимость в счете, важная для выживания. Развитие счета подтолкнула торговля, которая с течением времени также менялась и совершенствовалась.

Первыми банкирами стали средневековые ювелиры, которые чаще всего были иудеями или мусульманами. Церковь считала ростовщичество, т.е. одалживание денег под проценты, греховным делом, поэтому христианам запрещалось давать деньги в рост. Разность между той суммой, которую возвращали ростовщику, и той, которую первоначально взяли у него, называлась лихвой.

Так как деньги чеканились из бронзы, серебра или золота, купцы позднего Средневековья обращались к ювелирам, чтобы те, взвесив наиболее ценные монеты, определили их реальную стоимость. Ювелиры и стали первыми банкирами: они принимали ценности на хранение, выдавая при этом свидетельства-расписки. Вскоре купцы стали считать эти свидетельства удобной и безопасной заменой самих монет. Позднее на смену распискам пришли банковские билеты, и появились первые банки.

В России первые банки появились в 1774 году. Эти учреждения давали деньги в долг королям, князьям, купцам, ремесленникам, финансировали дальние путешествия, завоевательные походы, возведение крупных сооружений и т.д.

Современные банки аккумулируют деньги, ценные бумаги, предоставляют кредит, осуществляют взаимные расчеты, выпускают деньги и ценные бумаги, осуществляют операции с золотом, иностранной валютой и т.д.

Итак, с одной стороны, банки принимают вклады и платят по этим кредитам проценты вкладчику, а с другой стороны,- дают кредит заемщикам и получают от них проценты за пользование этими деньгами. Таким образом, банк является финансовым посредником между вкладчиками и заемщиками. Эта связь наглядно показана на схеме:



за пользование вкладом за пользование кредитом

Законом государства устанавливается, что определенная доля вкладов в банк должна быть обязательно в резерве банка в виде наличных денег они обычно хранятся в центральном банке России, который ими и распоряжается. Их называют обязательными резервами банка. Остальные деньги можно давать в кредит под определенные проценты. Из этих доходов вкладчикам выплачиваются проценты за пользование их деньгами.

Итак, обязательную или резервную часть вкладов коммерческие банки переводят в Центральный банк России, а остальные деньги идут на ссуды и инвестиции. Их называют избыточными, или свободными резервами. Так, если в коммерческий банк положена сумма в 100 000 руб., а обязательные резервы составляют 15%, то сумма обязательных резервов банка составляет 15 000 руб., а свободные резервы составляют 85 000руб. Эту сумму коммерческий банк может дать в кредит, вложить в какое-либо дело и т.д. Таким образом, каждый отдельно взятый коммерческий банк может выдать кредитов только на величину избыточных резервов.

### **1.2.Ипотечный кредит как разновидность банковских услуг.**

Ипотечный кредит, как правило, имеет целевое назначение (приобретение техники, земельных площадей; проведение мелиоративных работ, приобретение жилища и т.д.), предоставляется на длительный период (на 5 и более лет) на условиях равно долевого периодического погашения. Годовые проценты по ипотечному кредиту сравнительно низкие, а процентные ставки дифференцируются в зависимости от финансового положения заемщика. Как уже упоминалось, ипотечные кредиты может выдавать как универсальный банк, так и специализированный ипотечный банк.

В настоящее время складывается несколько видов систем ипотечного кредита. Одна из них опирается на коммерческого застройщика, для которого недвижимость – не предмет потребления, а товар и источник прибыли. Эта система включает элементы ипотеки и оформления кредитов под залог объекта нового строительства, а также порционность предоставления кредита.

Другая система основана на оформлении закладной на имеющуюся недвижимость и получении под нее кредита на новое строительство.

Существуют системы ипотечного кредита, которые предусматривают наряду с банковским кредитом под закладную использование ряда дополнительных источников финансирования, в частности, приватизационных сертификатов, дотаций муниципалитетов, финансовых средств предприятий и граждан, дополнительных кредитов банка под дополнительные закладные на земельный участок, дачу, гараж и другую недвижимость.

Ипотечный кредит — целевой долгосрочный кредит на покупку жилья, которое становится залоговым обеспечением по этой ссуде. Также залогом может выступать недвижимость, имеющаяся в собственности у заемщика.

Ставки по ипотечным кредитам ниже, чем по другим банковским продуктам, но и требования к будущим заемщикам более высокие: и по подтверждению доходов, и по стажу работы. Зачастую в качестве одного из условий предоставления кредита банк выдвигает требование ипотечного страхования. Обычно предъявляется еще одно требование — внесение заемщиком первоначального взноса, размер которого колеблется от 10% до 30% от стоимости покупки, хотя на рынке существуют программы и без первоначального взноса, и с первоначальным взносом в виде материнского капитала.

## **Глава 2. ЭКОНОМИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИПОТЕЧНОГО КРЕДИТОВАНИЯ**

## 2.1. Инструменты финансовой математики в механизме расчета ипотечного кредита.

Математика в банковской сфере имеет наибольшее значение при расчете ставок по кредитам и ипотеке. При принятии финансовых решений необходимо рационально использовать процентные вычисления, сумму членов прогрессии, функции, решение уравнений и формулы финансовой математики.

Финансовая математика - раздел прикладной математики, имеющий дело с математическими задачами, связанными с финансовыми расчётами.

Основные направления:

- классическая финансовая математика или математика кредита (проведение процентных расчётов; вопросы, связанные с различными долговыми инструментами; анализ потоков платежей, применяемый в банковском деле, кредитовании, инвестировании);
- стохастическая финансовая математика, включающая расчёт без арбитражной (или «справедливой») цены финансовых инструментов, а также проведение актуарных расчётов; эконометрические расчёты, связанные с прогнозированием поведения финансовых рынков.

Чтобы рассчитать размер аннуитетного платежа по кредиту в размере  $C_0$  с процентной ставкой  $I$ , выданному на прасчетных периодов (лет), нужно использовать формулу суммы геометрической прогрессии.

Геометрическая прогрессия — это последовательность чисел, в которой каждое последующее число, начиная со второго, получается из предыдущего умножением его на определенное число  $r$ , которое называется знаменателем прогрессии. Так, последовательность  $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, a_{n-1}, a_n$  (индекс означает порядковый номер: первый член последовательности обозначается цифрой 1, последний —  $n$ ) является геометрической прогрессией тогда, когда для данного знаменателя  $r$  выполняется соотношение  $a_2 = a_1 \times r$ ,  $a_3 = a_2 \times r, \dots, a_n = a_{n-1} \times r$ , так, что  $r = a_n / a_{n-1}$ . Выразив члены геометрической прогрессии через  $a_1$ , получим:

$$a_1 = a_1$$



$$a_2 = a_1 \times r$$

$$a_3 = a_1 \times r^2$$

...

$$a_n = a_1 \times r^{n-1}$$

Сумма этой геометрической прогрессии  $S_n$  равна:

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} + a_n. \quad (1)$$

Если умножить обе части равенства (1) на знаменатель  $r$ , получим:

$$r \times S_n = r \times (a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-1} + a_n) = r \times a_1 + r \times a_2 + r \times a_3 + \dots + r \times a_{n-1} + r \times a_n$$

$$r \times S_n = a_2 + a_3 + \dots + a_n + a_n \times r \quad (2)$$

(если мы умножим данный член прогрессии  $a_i$  на знаменатель  $r$ , получим следующий член  $a_{i+1}$ , так как  $a_{i+1} = r \times a_i$ ).

Вычтя из (2) равенство (1), то есть  $r \times S_n - S_n$ , получим:

$$r \times S_n - S_n = -a_1 + r \times a_n; S_n \times (r-1) = r \times a_n - a_1,$$

откуда

$$S_n = \frac{r \times a_n - a_1}{r-1}. \quad (3)$$

Это формула геометрической прогрессии. Учитывая, что  $a_n = a_1 \times r^{n-1}$ , и подставив это равенство в (3), имеем

$$S_n = \frac{r \times a_1 \times r^{n-1} - a_1}{r-1} = \frac{a_1 \times r^n - a_1}{r-1} = a_1 \times \frac{r^n - a_1}{r-1}.$$

Вот ещё одна форма записи суммы геометрической прогрессии:

$$S_n = a_1 \times \frac{r^n - a_1}{r-1}. \quad (4)$$

Для кредита с аннуитетным платежом  $a$  сроком  $n$  лет и процентной ставкой  $i$  будущая стоимость капитала  $S_n$ , выплаченная в виде суммы платежей  $a$  за  $n$  расчетных периодов, будет равна:

$$S_n = a \times (1+i)^0 + a \times (1+i)^1 + \dots + a \times (1+i)^{n-2} + a \times (1+i)^{n-1} =$$

$$a + a \times (1+i)^1 + \dots + a \times (1+i)^{n-2} + a \times (1+i)^{n-1}.$$

Результат является суммой геометрической прогрессии, первый член которой равен  $a$ , знаменатель —  $(1+i)$ .

Применив формулу  $S_n = a_1 \times \frac{r^n - a_1}{r - 1}$  суммы геометрической прогрессии ,

получим

$$S_n = a \times \frac{(1+i)^n - 1}{1+i-1} = a \times \frac{(1+i)^n - 1}{i} \quad (5)$$

Учитывая, что  $C_n = C_0(1+i)^n$ , и подставив это значение в (5), имеем:

$$C_0(1+i)^n = a \times \frac{(1+i)^n - 1}{i}.$$

Перенеся переменную  $a$ , обозначающую суммы аннуитетного платежа, в левую часть, получим формулу для расчета суммы аннуитетного платежа по кредиту:

$$a = \frac{C_0 \times i \times (1+i)^n}{(1+i)^n - 1},$$

где  $C_0$  — сумма кредита

### **Рассмотрим несколько примеров расчета заемщика с банком.**

*Банк выдал заемщику кредит на 1 500 000 руб. на 3 года с выплатой кредита через каждые 6 месяцев. Ставка банка составляет 24% годовых. Определите величину равных выплат заемщика банку и доход банка.*

Введем обозначения:  $S$  руб. - величина кредита,  $p$ -годовая ставка банка, тогда ( $P = p/100$ ),  $a$  - срок кредита,  $r$  - промежуток между выплатами,  $k = a/r$  - количество выплат через равные промежутки.

**Решение:** Банковская ставка на 6 мес. Составляет 12%. Применим формулу:

$$N = \frac{S \times p \times (1+p)^k}{(1+p)^k - 1},$$

тогда

$$N = \frac{1\,500\,000 \times 0,12 \times (1+0,12)^6}{(1+p)^6 - 1} = 364\,838$$

*Полученный результат означает, что кредит вместе с процентами будет погашен за 6 выплат размером 364 838 руб., производимых каждые полгода. Всего заемщик выплатит банку  $6 \cdot N = 2189031$  руб, в том числе 1500 000 руб. основного долга и 689 031 руб.-за пользование кредитом. Эти деньги и составят доход банка от рассмотрения кредита.*

Когда мы запрашиваем у банка кредит на сумму  $C_0$  сроком, на три года ( $n = 3$ ) под 6 % годовых (номинальная процентная ставка  $i = 6$ ) через 3 года мы вернем в кредит сумму плюс три раза по 6 % капитала - сумму процентов, рассчитанных по используемой процентной ставке. Например, если  $C_0 = 1000$  р., срок кредита  $n = 3$  года, процентная ставка  $i = 6$  %, то по прошествии трех лет мы должны будем вернуть банку 1000 р. плюс  $3 \times (6/100) \times 1000 = 180$  р.-капитал плюс проценты в размере 60 р.в год (общая сумма к уплате - 1180 р.).

Если каждый год необходимо возвращать одну и ту же сумму процентов, то говорят, что используются простые проценты, а итоговая сумма  $C_0$   $n$ , которую требуется вернуть к концу срока кредита, состоит из начального заемного капитала и процентов и равняется:

$$C_n = C_0 + n \times i \times C_0 = C_0 \times (1 + n \times i).$$

Это формула простых процентов, где  $C_0$  - заемный капитал,  $i$  – процентная ставка (выраженная в виде десятичной дроби);  $n$  - число периодов, в течение которых применяется процентная ставка;  $C_n$  - общий капитал плюс проценты к уплате;  $n \times i \times C_0$  - общая сумма процентов, которые должны быть уплачены за весь срок кредита.

Для подсчёта размера ипотечного займа понадобятся несколько параметров: стоимость жилья, первоначальный взнос и сумма дополнительных расходов.

Под стоимостью жилья понимается конечная цена недвижимости, на покупку которой берется кредит. Первоначальный взнос – это часть стоимости недвижимости, которую вы готовы сразу оплатить продавцу. Если у вас не останется свободных средств, то в стоимость ипотеки нужно заложить

дополнительные расходы, связанные с оформлением кредита (оценку жилья, страховку и т.д.).

Получается такой расчёт:

Сумма кредита = (стоимость жилья + дополнительные расходы) – первоначальный взнос.

Например, квартира стоит 3 млн рублей, допрасходы составляют 70 тыс. рублей, а первоначальный взнос 400 тыс. рублей.

Рассчитываем: (3 млн + 70 тыс.) – 400 тыс. = 2,67 млн рублей.

Подсчитать стоимость ипотечного кредита, то есть переплату банку, будет сложнее. Она состоит из процентной ставки и иных банковских платежей (комиссий), начисляемых в течение всего срока кредита. Некоторые люди считают просто: берут сумму кредита, умножают её на процентную ставку и количество лет. Например, 3 млн рублей \* 5 лет \* 15% = 2,25 млн рублей. А на самом деле эта сумма при аннуитетных платежах равна 1,282 млн рублей, а при дифференцированных – 1,143 млн рублей. Почему же такая большая разница в подсчётах? Она объясняется просто: при возврате долга, его сумма уменьшается, следовательно, при расчёте нового платежа начисление процентов происходит на сниженный остаток долга.

### **Пример расчета ипотеки на квартиру №2.**

Пусть заемщик желает купить однокомнатную квартиру за 5 млн. руб. При первоначальном взносе в размере 20% и сроке кредитования в 10 лет ставка по кредиту составит 10,92%, а ежемесячная выплата – 54 929 руб. Следовательно, рекомендованный ежемесячный доход семьи заемщика должен составлять 109 884 руб. Если же взять ипотеку на этих же условиях, но на 20 лет, ставка будет уже 11,23%, а ежемесячный платеж снизится и составит 41 912 руб. Таким образом, доход семьи заемщика должен составлять 87732 руб. Следовательно, чем больше срок кредита, тем выше процентная ставка, но тем меньше аннуитетный платеж и тем меньшими могут быть доходы гражданина.

## **2.2. Математический аппарат в сравнительном анализе видов погашения ипотечного кредита.**

В описание любого кредитного продукта обязательно написано, что кредит погашается ежемесячно аннуитетными или дифференцированными платежами. Банк либо указывает конкретный способ погашения, либо предлагает клиенту сделать выбор самостоятельно.

Аннуитетный платеж остается неизменным в течение всего срока действия кредитного договора. Это значит, что каждый месяц вы будете платить за займ равными долями, которые состоят из начисленных процентов за кредит и части, списываемой в счёт основного долга.

$$\text{Аннуитетный платеж} = \text{Сумма кредита} * \frac{i * (1 + i)^n}{(1 + i)^n - 1}$$

Где

n – количество месяцев, в которые платится ипотека.

i – процентная ставка по займу в месяц.

В случае, если у вас указана годовая ставка, нужно поделить ее на 12.

Преимущество аннуитетных платежей заключается в их неизменности. Заёмщику известна сумма, которую он должен платить каждый месяц в установленный срок. Больше никаких цифр держать в своей голове ему не надо.

В случае же с дифференцированными платежами ваш платёж с каждым месяцем будет уменьшаться за счёт того, что долг будет гаситься равными долями, а проценты будут начисляться ежемесячно на остаток долга. При дифференцированных платежах пользователю кредита будет необходимо постоянно уточнять, сколько денег ему нужно платить в последующий раз.

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Сегодня, когда в России государство фактически отказалось от практики бесплатного предоставления жилья, ипотечное кредитование может стать эффективным способом решения проблемы обеспечения населения жильем. Кроме того, это достаточно прибыльный вид бизнеса для финансовых

институтов. Можно с уверенностью сказать, что спрос на ипотечные жилищные кредиты будет существовать до тех пор, пока сохранится спрос на жилье.

Проведенные социологические исследования показывают, что значительная часть молодого поколения будет использовать различные программы кредитования, так как уже сегодня молодые семьи выбирают кредит, как реальное средство для приобретения недвижимости или развития предпринимательского дела.

Изучение данной работы позволяет нам сделать определенные выводы.

На расчет ипотечных выплат напрямую влияют размеры первоначального взноса: чем больше первоначальный взнос, тем меньше размер самого кредита, и, как правило, тем ниже ипотечная ставка. А значит, и доходы заемщика могут быть не слишком высокими.

Срок возврата кредита может влиять на процентную ставку: чем больше срок кредита, тем выше процентная ставка, но тем меньше аннуитетный платеж и тем меньшими могут быть доходы гражданина.

Таким образом, знание математического аппарата различных вычислений дает возможность контролировать и оценивать возможные кредитные риски и находить финансовую выгоду для молодых семей, что подтверждает гипотезу нашего исследования.

Материал данной работы можно рекомендовать к использованию на уроках математики или на занятиях математического кружка в качестве дополнительного материала с целью появления заинтересованности к учебному предмету, а также для расширения математического кругозора старшеклассников.

## **СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Арталь Л., Салес Ж. Мир математики: Ипотека в уравнениях. Математика в экономике. - М.: Де Агостини, 2014.-160с.

2. Довдиенко И.В. Ипотека: Учебно-практическое пособие. - М.: РДЛ, 2003.
3. Ким Л Г., Суетин С. Н., Шишкин М. И. Механизмы повышения эффективности ипотечного кредитования: Монография. – Ижевск: Ассоциация «Научная книга», 2007. – 248 с.
4. Косарева Н.Б. Развитие ипотечного кредитования в Российской Федерации - М.: Дело, 2010.
5. Лаврушина О.И. Деньги, кредит и банки. Учебник, 3-е изд., перераб. и доп. - М.: Финансы и статистика. 2004. – с. 433.
6. Марченко А.В Экономика и управление недвижимостью: /Учебное пособие М 30 - Ростов н/Д: Феникс 2006.
7. Симонов А.С. Экономика на уроках математики. - М.: Школа-пресс,1999.-160с.
8. Ресурсы интернета:<http://www.banki.ru>;<http://www.rusipoteka.ru>.