НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ РАБОТА.

МАТЕМАТИКА

«ПРИМЕНЕНИЕ ПОДОБИЯ ТРЕУГОЛЬНИКОВ ПРИ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ РАБОТАХ»

Выполнил:

Убасев Михаил Антонович

учащийся 11 класса

МОУ «Запрудненская гимназия», Россия, МО, Талдомский г.о.

Руководитель:

Кожанова Елена Алексеевна

Учитель математики,

МОУ «Запрудненская гимназия», Россия, МО, Талдомский г.о.

Введение

В своей профессиональной деятельности строители, архитекторы, лесоводы, военные для определения высоты объекта используют специальные сложные и дорогостоящие приборы – высотомеры. А как определить высоту столба или дерева без высотомера? Ведь такое умение нужно многим людям, находящимся в лесу: туристам, охотникам, лесникам. Как для этого можно использовать свойства подобных треугольников? Я заинтересовался и стал искать в книгах и в интернете различные способы измерений. С помощью каких подручных инструментов это можно сделать? Можно ли это сделать в лесу, без какого - либо измерительного инструмента? Результат поисков и измерений я изложил в своей работе.

Цель работы - изучение применения подобия треугольников при измерительных работах на местности.

Задачи:

1. уметь применять признаки подобия треугольников при решении геометрических задач на местности;
2. разобрать решения задач различного уровня сложности, решаемые методом подобия;
3. провести практическую работу: измерить высоту дома, столба, ширину реки.

В ходе работы были применены следующие методы: обзор литературы, практическая работа, сравнение. Работа носит практико-ориентированный характер, так как практическая значимость работы заключается в возможности использования результатов исследования на уроках геометрии и в повседневной жизни.

1. Историческая справка

Учение о подобии фигур было создано в Древней Греции в V– IV веке до н.э. трудами Гиппократа Хиосского и других. Оно изложено в шестой книге «Начал» Евклида, начинающейся следующим определением: «Подобные прямолинейные фигуры суть те, которые имеют соответственно равные углы и пропорциональные стороны».

Свойства подобных фигур издавна широко использовались на практике при составлении планов, карт, при выполнении архитектурных чертежей и чертежей различных деталей машин и механизмов. Жители Древнего Египта задались вопросом: «Как найти высоту одной из громадных пирамид?» Фалес нашёл решение этой задачи. Он воткнул длинную палку вертикально в землю и сказал: «Когда тень от этой палки будет той же длины, что и сама палка, тень от пирамиды будет иметь ту же длину, что и высота пирамиды».

Применение практической геометрии можно отметить и в Древней Руси. Уже в XVI веке в России нужды землемерия, строительства и военного дела привели к созданию рукописных руководств геометрического содержания. Первое дошедшее до нас сочинение носит название "О земном верстании, как землю верстать". Оно является частью "Книги сошного письма", написанной в 1556 году при Иване IV. Сохранившаяся копия относится к 1629 году. При разборе Оружейной Палаты в Москве в 1775 году была обнаружена инструкция "Устав ратных, пушечных и других дел, касающихся до военной науки", изданная в 1607 и 1621 годах. Инструкция содержит некоторые геометрические сведения, которые сводятся к определенным приемам решения задач на нахождение расстояний.

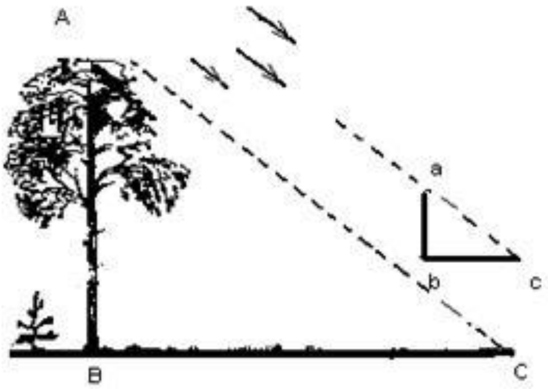
2. Применение подобия треугольников при измерительных работах

2.1. Определение и признаки подобных треугольников

Подобные треугольники — треугольники, углы у которых соответственно равны, а стороны одного треугольника пропорциональны сходственным сторонам другого треугольника.

Задачи на нахождение расстояний всегда имели и имеют большое значение в военном деле. Многие задачи, требующие нахождения расстояния на местности решаются с помощью признаков подобия треугольников, но чаще всего применяется первый признак подобия треугольников по двум углам. Рассмотрим некоторые из них.

2.2.Задача на определение высоты предмета по длине его тени



Самый простой способ состоит в том, что в солнечный день можно пользоваться любой тенью, какой бы длины она ни была. Измерив свою тень или тень какого-нибудь шеста, вычисляют искомую высоту из пропорции: AB/ ab= BC/ bc . Т.е. высота дерева во столько раз больше вашей собственной высоты (или высоты шеста), во сколько раз тень дерева длиннее тени человека (или тени шеста). Это вытекает из геометрического подобия ΔABC и Δabc (по двум углам).

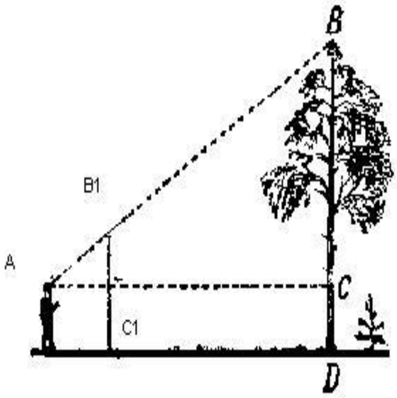
Этот способ называется способ Фалеса. В честь греческого мудреца Фалес Милетского, который научил египтян определять высоту пирамиды по длине ее тени еще за шесть веков до нашей эры.

Преимущества способа Фалеса: не требуются вычисления.

Недостатки: нельзя измерить высоту предмета при отсутствии солнца и, как следствие, тени.

2.3. Задача на определение высоты предмета с помощью прямоугольного треугольника

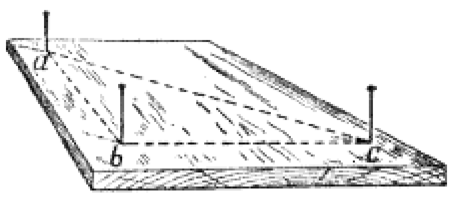
Для того, чтобы измерить высоту дерева BD, нужно приготовить равнобедренный прямоугольный ΔAB1C1(∠A=45°) и, держа его вертикально, отойти на такое расстояние, при котором, глядя вдоль гипотенузы AB1, нужно увидеть верхушку дерева B.



Так как ∠A общий для обоих треугольников, ∠AC1B1=∠ACB=90º(по условию), то∆ AC1B1 и ∆ACB – подобные (по признаку подобия о двух углах). Тогда ∠AB1C1=∠ABC=45º, =>BC=AC, но к получившейся длине мы должны еще прибавить рост человека, то есть длина дерева BD=BC+CD.

2.4. Задача на определение высоты предмета с помощью булавочного прибора

На этой плоской дощечке намечают три точки – вершины равнобедренного прямоугольного треугольника, и в них втыкают булавки.



Булавочный прибор для измерения высот.

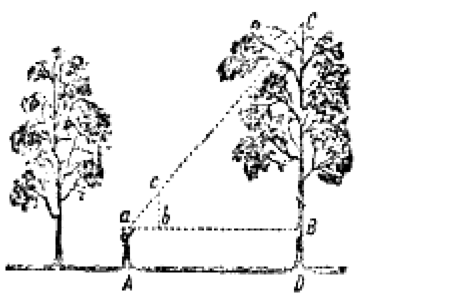
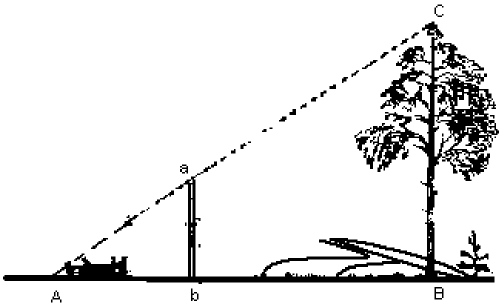


Схема применения булавочного прибора.

Использование высотомера: отойдя от измеряемого дерева, держать прибор так, чтобы один из катетов треугольника был направлен отвесно, для чего можно воспользоваться нитью с грузом, привязанной к верхней булавке. Приближаясь к дереву или удаляясь от него необходимо найти такое место, из которого глядя на булавки a и c нужно увидеть, что они покрывают верхушку дерева C: это значит, что продолжение гипотенузы ac проходит через точку C. Тогда, очевидно, расстояние aB = CB, т . к. угол = 45º. Следовательно, измерив расстояние aB и прибавив BD, т. е возвышение aA над землёй, получим искомую высоту дерева.

2.5. Задача на определение высоты предмета с помощью шеста



При отсутствии тени в пасмурную погоду можно воспользоваться способом измерения, который живописно представлен у Жюль Верна в известном романе «Таинственный остров». Необходимо воткнуть шест в землю. Место для шеста надо выбирать так, чтобы, лежа, было видно верхушку дерева на одной прямой линии с верхней точкой шеста. Так как ΔABC – равнобедренный и прямоугольный, то $\angle A=45^\circ$ и, следовательно, AB = BC, т.е. искомой высоте дерева.

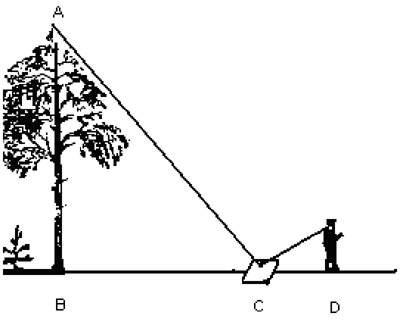
Преимущества способа Жюль Верна:

- можно производить измерения в любую погоду;

- простота формулы.

Недостатки:

- нельзя измерить, высоту предмета не испачкавшись, так как приходится ложиться на землю.



2.6. Задача на определение высоты предмета с помощью зеркала

На некотором расстоянии от измеряемого дерева, на ровной земле в точке C кладут горизонтально зеркальце и отходят от него назад в такую точку D, стоя в которой наблюдатель видит в зеркальце верхушку A дерева. Тогда дерево (AB) во столько раз выше роста наблюдателя (ED), во сколько раз расстояние BC от зеркала до дерева больше расстояния CD от зеркала до наблюдателя. Способ основан на законе отражения света.

Из подобия же треугольников ΔABC и ΔEDC следует, что AB : ED=BC : CD.

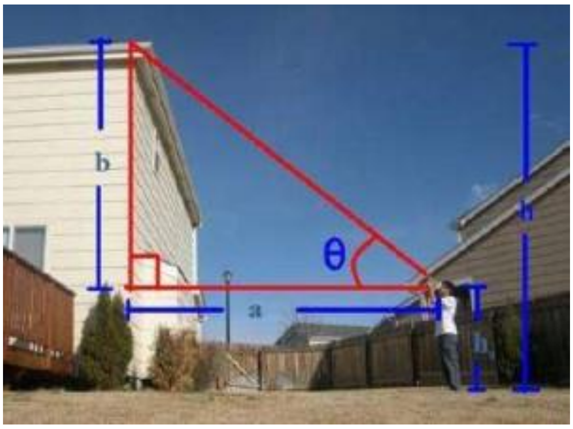
Преимущества способа:

- можно производить измерения в любую погоду;
- простота формулы.

Недостатки:

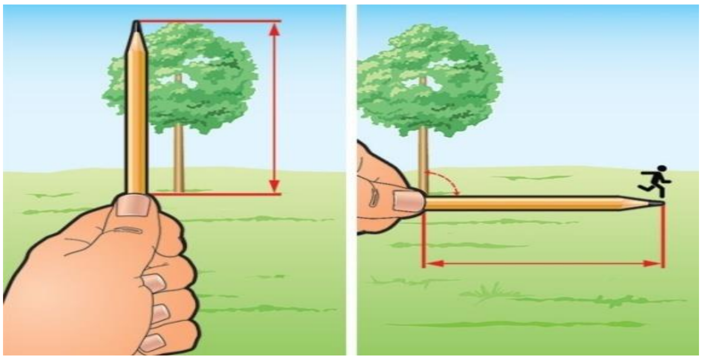
- нельзя измерить, высоту предмета в густом насаждении

2.7. Задача на определение высоты объекта с помощью самодельного лазерного высотомера



Основу самодельного высотомера составляют транспортир и лазерная указка. Высоту определяем следующим образом: наводим луч высотомера на крайнюю верхнюю точку измеряемого обьекта и фиксируем угол между нитью отвеса и значением 90 градусов — это будет угол Θ.Далее с помощью формулы: tg Θ = в : а определяем в = а tg Θ и к полученному значению прибавляем значение высоты, на которой находился высотомер(h). Вот таким простым самодельным лазерным высотомером можно легко определять высоту с приемлемой точностью.

2.8.Задача на нахождение высоты дерева при помощи карандаша

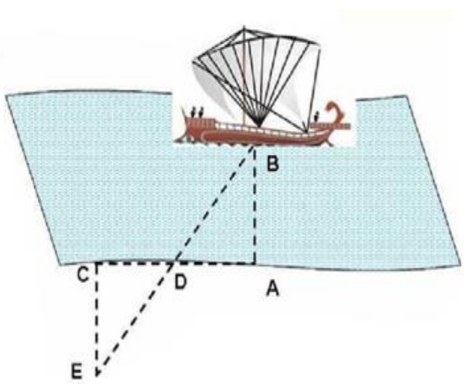


Отходим на такое расстояние, когда нам будет виден объект измерений целиком. Зажав карандаш в кулаке, вытягиваем прямую руку перед собой таким образом, чтобы ее кончик совпадал с вершиной объекта.

Вытягиваем большой палец руки в сторону параллельно земле, чтобы в итоге получился прямой угол. Затем поворачиваем кисть с карандашом на 90 градусов, в итоге большой палец у нас смотрит в землю параллельно измеряемому объекту, а кончик карандаша указывает на место, куда необходимо переместиться ассистенту. Мы спроецировали высоту объекта параллельным переносом на землю. Теперь не составит особого труда измерить полученное расстояние рулеткой от ассистента до столба, оно и будет равно определяемой высоте.

2.9.Задача на определение расстояния до недоступной точки

Для того, чтобы найти расстояние от пункта А до недоступного пункта В выбираем точку С, провешиваем отрезок АС и измеряем его. Затем измеряем углы А и С. На листе бумаги строим какой-нибудь треугольник А1В1С1, у которого угол А1 равен углу А, угол С1 равен углу С, и измеряем длины сторон А1В1 и А1С1 этого треугольника. Так как треугольники АВС и А1В1С1 подобны, то из пропорциональности их сторон найдём АВ.



4. Исследовательская часть

3.1.Задача на нахождение высоты столба по фотографии

Суть данного способа состоит в том, что высота столба во столько раз больше высоты человека, во сколько раз длина изображения столба на фотографии больше длины изображения человека.

Оборудование: фотоаппарат, товарищ для фотографирования.

Ход работы:

1. рядом со столбом поставить товарища;
2. сфотографировать, убедившись предварительно, что фотоаппарат установлен так, что пленка находится в вертикальной плоскости;
3. определить высоту столба H по готовой фотографии по формуле:

$H : L = h : b$. $H = h \cdot L/b$, где h и b – размеры соответственно столба и человека на фотографии, H, L – истинные размеры столба и человека.

Результат: b =0,041 м, h =0,21 м, L=1,7 м, H= 8,7м

Ответ: высота столба равна 8, 7 м.

Наша оценка метода:

Для этого метода нужен фотоаппарат, принтер для получения фотографии, товарищ для фотографирования. Для получения точного результата все измерения должны быть выполнены очень точно.

3.2. Задача на нахождение высоты столба по длине его тени.

Это самый легкий и самый древний способ, с помощью которого греческий мудрец Фалес за шесть веков до нашей эры определил в Египте высоту пирамиды.

Оборудование: шест, рулетка

Он воспользовался ее тенью. Мы поступили точно так же. Измерили длину шеста, длину его тени и длину тени столба. Высота столба во столько же раз больше длины теста, во сколько раз тень от столба больше тени от шеста.

Т.к. шест и столб расположены перпендикулярно Земле, т.е. под углом 90 градусов, а лучи солнца падают на землю под одинаковыми углами, то образуются подобные треугольники, стороны которых пропорциональны.

Ход работы:

1. Для этого выйдем на местность (примерно в полдень, когда солнце стоит высоко и тень от столба достаточно короткая и четко видна), выберем объект измерения—столб, а некотором расстоянии от него установим шест;
2. Проведём измерения: шеста (L) и его тени (b), тени от столба (h)
3. Зная, что H : L = h : b, проведём вычисления H = h·L/ b

Результат: L =1,2 м, b = 2,61 м, h = 18,9 м

Ответ: высота столба равна 8, 7 м.

Наша оценка метода:

Метод достаточно надежный, но нужна солнечная погода, измерения нужно проводить одновременно, т.к. солнце не стоит на месте, и длина тени изменяется.

3.3. Задача на определение высоты столба с помощью зеркала

Способ основан на законе отражения света: угол падения равен углу отражения.

Оборудование: зеркало, рулетка.

Ход работы:

1. Положив зеркало на землю, я передвигал его до тех пор, пока не увидел в нём отражение нижнего изолятора.
2. Затем измерил расстояние от зеркала до столба (h) и расстояние от зеркала до меня (b). Так же мне понадобилось знать мой рост до глаз (L).

3. Зная, что H : L = h : b, проведём вычисления $H = h \cdot L / b$, то есть высота столба = рост человека · расстояние от зеркала до столба / расстояние от человека до зеркала

4. Результат: h = 1,21 м, b = 0,23 м, L =1,68 м

Ответ: высота столба равна 8,84 м

Наша оценка метода:

Метод достаточно надежный, но нужны зеркало и рулетка.

3.4. Задача на определение высоты столба при помощи самодельного прибора

Данный способ основан на равенстве катетов прямоугольного равнобедренного треугольника.

Оборудование: булавочный высотомер, рулетка.

Ход работы:

1. Отойдя от измеряемого столба, держать прибор так, чтобы один из катетов треугольника был направлен отвесно;
2. Необходимо найти такое место, из которого глядя на булавки а и с нужно увидеть, что они покрывают высшую точку столба: это значит, что продолжение гипотенузы ас проходит через высшую точку С;
3. Т . к. угол 45º. Следовательно, измерив расстояние до столба и прибавив свой рост получим искомую высоту столба;
4. Результат: до столба 7,0 м, мой рост 1, 7 м. высота столба 8,7 м.

Ответ: высота столба равна 8,7 м

Наша оценка метода: Метод достаточно надежный. Не требует **о**борудования, не требует вычислений. Можно использовать в лесу. Если нет рулетки, то расстояние до основания дерева можно измерить шагами.

3.5. Определение высоты столба с помощью карандаша

Оборудование: карандаш, помощник, рулетка.

Ход работы:

1) Встать от столба на такое расстояние, чтобы видеть его целиком - от основания до верхушки. Рядом со столбом установить помощника.

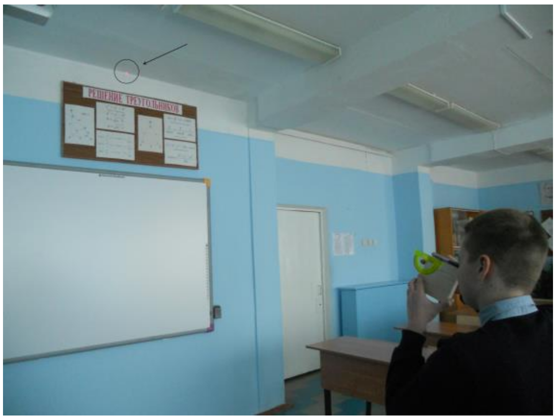
2) Вытянуть перед собой руку с карандашом, зажатым в кулаке. Прищурить один глаз и подвести кончик грифеля к вершине столба. Теперь переместить ноготь большого пальца так, чтобы он оказался под основанием столба. 3)Повернуть кулак на 90 градусов, чтобы карандаш оказался расположен параллельно земле. При этом твой ноготь должен все так же оставаться в точке основания столба.

4)Крикнуть своему помощнику, чтобы он отошел от столба. Когда он достигнет точки, на которую указывает острие карандаша, подать сигнал, чтобы он остановился.

5) Измерить расстояние от столба до места, где застыл помощник. Оно будет равняться высоте столба. 6) Результат: высота столба: 8,75 м

Наша оценка метода: Метод хорошо подходит для полевых условий, достаточно точный, однако требует наличие помощника.

3.6. Определение высоты класса школы с помощью самодельного лазерного высотомера



Данный метод основан на подобии прямоугольных треугольников по острому углу.

Оборудование: самодельный лазерный высотомер, рулетка.

Ход работы:

1. Наводим луч высотомера на крайнюю верхнюю точку измеряемого класса.
2. Фиксируем угол между нитью отвеса и значением 90 º — это будет угол ϴ = 42º.
3. По формуле: в = a tg ϴ, определяем высоту класса и к полученному значению прибавляем значение высоты, на которой находился высотомер(h).
4. Результат: tg 42º = 0, 9004, расстояние от меня до стены 2 м, высота школы: 2,9 м (по документам 3,03 м).

Наша оценка метода: Самодельным лазерным высотомером можно определять высоту объектов достаточно точно.

3.7. Измерение ширины реки Дубна

Оборудование: булавочный высотомер, рулетка.

Ход работы:

1. Держу булавочный прибор близ глаз так, чтобы, смотря одним глазом вдоль двух булавок можно было выстроить равнобедренный прямоугольный треугольник на местности.
2. Отойдя в сторону, фиксирую место, из которого точки гипотенузы на высотомере совпадут с их продолжением на местности.
3. Измеряю расстояние по берегу, которое равно ширине реки.
4. Результат: ширина реки 21 м.(шаговый размер 22 м.)

Наша оценка метода: Зимой трудно определить границу берега, но метод универсальный: можно определить высоту объекта и ширину реки.

Заключение

Решение задач на нахождение расстояний при помощи подобия треугольников всегда имели и имеют большое значение в составлении планов местности, строительстве, в военном деле.

Подводя итог исследований ,можно сделать вывод, что:

1. В результате проведенной работы я повторил признаки подобия треугольников и разобрал решения задач различного уровня сложности. С помощью этих знаний, которые можно реализовать даже на обычной местности, я смогу лучше ориентироваться на экзамене и применять этот метод в практических задачах ,что благополучно поможет мне в 11 классе .
2. Я научился видеть подобные треугольники в различных ситуациях, смог правильно записать отношения сходственных сторон по своим расчетам, вычислить неизвестные величины и объекты, и все это благодаря свойству пропорции, который можно применять во многих измерительных работах.
3. Для себя я выяснил на конкретных примерах, что с помощью подобия можно найти высоту или расстояние до недоступной точки , что позволяет использовать это в разных сферах деятельности.
4. Подобие треугольников применяется в повседневной жизни довольно часто. Данный метод позволяет решать практические задачи и в следующий раз будет применен мною при работах на даче.

5. Благодаря этим знаниям ,которым можно найти полезное применение , я попробовал убедить вас в важности знаний математики ,а точнее геометрии.

Список использованной литературы:

1. Энциклопедический словарь юного математика, Москва, «Педагогика», 1983 г.
2. Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев Л. С. Киселева Э. Г. Позняк «Геометрия 10-11 класс», Москва, «Просвещение», 2010 г.
3. В. Н. Ганьшин «Простейшие измерения на местности», Москва, «Недра», 1983 г.
4. Г.И. Глейзер «История математики в школе», Москва, «Просвещение», 1982 г.
5. Я. И. Перельман «Живая математика»,Москва, «Триада – Литера», 1994 г.