

Научно-исследовательская работа

Математика

Загадочное число π

Выполнила:

Зиновьева Вера Андреевна

учащаяся 7 класса

МБОУ «Школа № 156 им. Б.И. Рябцева», Россия, г. Нижний Новгород

Олухова Нина Николаевна

научный руководитель

МБОУ «Школа № 156 им. Б.И. Рябцева», Россия, г. Нижний Новгород

Содержание

Введение	3
Глава 1. Краткая история числа π	5
Глава 2. Число π на просторах геометрии	11
Глава 3. Такое разное число π	15
Заключение	17
Список источников и используемой литературы	18

Введение

*π – загадочное число, которое лезет в дверь,
окно и через крышу.*

Август де Морган. Собрание парадоксов

Пи, π , буква греческого алфавита, применяемая в математике для обозначения определенного иррационального числа, именно – отношения длины окружности к диаметру. Это обозначение (от греческого *περίφερεια* – окружность, периферия) стало общепринятым после работы Л. Эйлера, относящейся к 1736, однако впервые оно было употреблено английским математиком У. Джонсоном (1706).

Как и всякое иррациональное число, π представляется бесконечной непериодической десятичной дробью [1]:

$\pi = 3, 141592653589793238462643383279502884197169399375105820974944...$

Число π – наиболее известное отношение в математике, на Земле. Количество знаков после запятой в числе π бесконечно, и до настоящего времени не удалось обнаружить в его последовательности конечного порядка. Сейчас известно более триллиона знаков числа π .

Число π ассоциируется с окружностью, но это было до семнадцатого века, когда эти понятия впервые разделили. В это время было открыто и изучено множество кривых (различных арочных линий, гипоциклоиды, и кривые, называемые верзьерами), и оказалось, что их площади также выражаются через число π . Позднее π оказалось отделено от всех геометрических фигур вообще; сейчас это число используется в бесчисленном количестве областей, относящихся к теории чисел, теории вероятностей, комплексным числам, а также при вычислении сумм рядов из простых дробей.

Поэтому среди бесконечного разнообразия чисел число π пользуется особой славой. О нем пишут стихи, сочиняют афоризмы, его изображают на

полотнах и сегодня во всемирной компьютерной сети Internet ему посвящают многочисленные сайты.

С числом π мы знакомы с шестого класса, но если попытаться разобраться с каким-либо свойством или с самим понятием число π , приходится выходить за пределы школьного курса математики.

Постижение числа π можно сравнить с процессом бесконечного приближения к пределу. В данной работе хотелось приблизиться к цели постижения числа π .

Цель работы – познакомиться с понятием числа π , способами его вычисления и применением в науки и природе.

Для решения поставленной цели были сформулированы следующие **задачи**:

1. проанализировать историю числа π ;
2. вычислить число π с помощью измерения длины разных окружностей;
3. рассмотреть сферы применения числа π в математической науке и науки о природе.

Глава 1. Краткая история числа π

Хотя число π является одним из бесконечного множества действительных чисел, оно обратило на себя внимание людей ещё в те времена, когда они не умели письменно излагать своих знаний, переживаний, воспоминаний. С тех пор как натуральные числа 1, 2, 3.... стали неразлучными спутниками человеческой мысли, помогая оценивать количества предметов, их длину, площадь и объём, люди познакомились и с числом π .

Тогда оно ещё не обозначалось одной из букв греческого алфавита и его роль играло число 3. Числу π уделяли много внимания, потому что, выражая величину отношения между длиной окружности и длиной ее диаметра, это число появлялось во всех расчетах.

Число π не просто обозначение, а имя собственное, выражающее отношение длины окружности к её диаметру. Число 3,14 – одно из приближённых значений π .

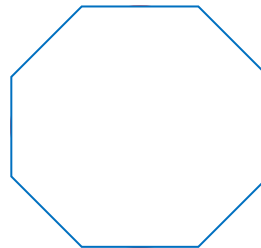
Историю числа π начнем «с самого начала» - с начала человеческой истории: заглянем в эпоху отдалённую от нас на десятки тысяч или даже больше лет...

Один из людей сидит в тени дерева и проворно плетёт ивовую корзину. Края корзины он делает круглыми, как его учили родители. Он погружён в свои мысли. На дереве висят ещё 3 готовые корзины. Бросив работу не оконченной, он забирается на дерево, хватая три готовые корзины и спускается на землю. Он выбирает прут из кучи прутьев, лежащей рядом, и измеряет ей окружность, образуемую краем самой большой из корзин, отламывая лишнюю часть прута; берёт другой прут и измеряет ширину, или, как мы говорим сегодня, диаметр корзины. Затем он сравнивает оба прута и на глаз определяет, что один из них в три раза больше другого. Это был первооткрыватель числа π [3].

Мы не можем проследить, когда и кем было открыто число π . Закономерность, по которой диаметр окружности содержится три раза в ее длине, передавалась из поколения в поколение, на разных языках земли.

Например, на табличках, выкопанных в Месопотамии, было написано: «если 60 есть окружность, то третья часть от 60 представляет собой 20. Это и есть диаметр» [3].

В Древнем Египте (2-е тысячи лет до н.э.) сравнивали площадь круга с площадью описанного вокруг него квадрата. Если разделить каждую сторону квадрата на 3 равные части и соединить друг с другом, то прилегающие к углам квадрата точки образуют восьмиугольник. Эту фигуру лучше заменить кругом. Число π было равно 3.



Более точное значение $\pi = 3,16049$ было введено в древнегреческой науке Архимедом (3 век до н.э.). Путём метода абстракции (отказ от ориентировки на изучение форм и пространственных отношений отдельных конкретных тел) произошло отделение от всех свойств конкретных тел. Последние стали рассматриваться только под углом зрения их пространственной формы. Благодаря этому выделению формы – как общего свойства всех тел – греческая геометрия достигает небывалого до тех пор уровня обобщения.

В рукописях того времени утверждалось, что число π равняется $\frac{22}{7}$, но никто не знал, что это его приближённое значение и не мог указать каким образом оно было установлено.

В честь Архимеда это приближение называют "Архимедовым" числом. Архимеду удалось не только установить приближенное значение для π , но также найти точность этого приближения, а именно – найти узкий числовой промежуток, которому принадлежит значение π . В одной из своих работ Архимед доказывает цепь неравенств, которая на современный лад выглядела бы так: $3\frac{10}{71} < \frac{6336}{1} < \pi < \frac{14688}{1} < 3\frac{1}{7}$. Можно записать проще: $3,140909 < \pi <$

3,1428265...Архимед нашел довольно точное значение с точностью до 0,002. Самое удивительно то, что он нашел два первых знака после запятой: 3,14... Именно такое значение чаще всего мы используем в несложных расчетах.

К концу XI века, крупнейший учёный того времени, автор известной работы по математике Михаил Пселл утверждал, что наилучший способ вычислить площадь круга – это считать её *равной среднему геометрической площадей вписанного вокруг и описанного около него квадратов* [3]. Он нашел, что $\pi = \sqrt{8} \approx 2,82$, т.е. меньше числа 3

У народов Азии геометрические знания также активно развивались. В Древней Индии научные знания начале передавались только устно. Для того чтобы их было легче запомнить, они излагались в стихах. В стихах «Сурья Сиддханта» (IV век до н.э.) содержатся данные о первых вычисленных индийцами значения числа π , а именно: $\pi = 3,06$ и $\pi = 3,08$. Более точно известно, что в V веке н.э., когда в Европе уже никто не думал о числе π , крупнейший индийский мыслитель и астроном Арьябхата в своей книге «Арьябхатья» даёт для числа π приближённое значение 3,1416. Стихи, содержащие этот результат, можно перевести так: «Прибавь 4 к 100, умножь на 8 и прибавь ко всему этому 62000. То, что получишь, - приближенное значение длины окружности, если ее диаметр 20000». В этой же книге имеется и значение $\pi = 3\frac{17}{120}$ [3].

В V веке известный астроном Цзу Чун-чжи, современник Арьябхаты, получил первые шесть точных десятичных знаков π , указав, что это число содержится между 3,1415926 и 3,1415927.

Но после всех этих блестящих открытий индийская и китайская математика приходят в упадок.

В средние века арабская культура вновь оказывает сильное влияние на развитие науки и просвещения в Западной Европе. Благодаря тому, что арабы обращали особое внимание на естественные науки, они сумели не только передать Европе ценности античной и восточной цивилизации, но и

предоставить в распоряжение европейских учёных важные открытия в математике астрономии и других науках.

Леонардо Фибоначчи, известный математик средних веков, восстанавливает настоящий характер числа π , напоминая забытую истину, что π не точно равно $3\frac{1}{7}$, что эта дробь представляет собой только приближенное значение этого числа, опираясь в своих выводах на работы древнеиндийских ученых.

Добиться большой точности в выражении числа π удалось к концу XVI века Адриану Антонису, который определил шесть точных десятичных знаков π , выраженных отношением $\frac{355}{113}$, т.е. установил значение $\pi = 3,1415929....$

Хотя, отмечалось выше, что китайцы нашли его намного раньше.

В 1579 году Франсуа Виент, применяя способ Архимеда к 393216-угольнику, получает первые девять точных десятичных знаков π . Вскоре фламандский математик Андриан ванн Роомен вычисляет 15 точных десятичных знаков числа π . А вычислитель Лудольф ван Кёлен получил 15 точных десятичных знаков числа π (1596 год). В знак уважения к памяти этого вычислителя число π долгое время называлось *числом Лудольфа*, а обозначать его буквой π , было предложено британским математиком Уильямом Джонсом в 1706 году в своей работе "Synopsis Palmariorum Matheseos" (что в переводе на русский язык означает "Обзорение достижений математики".)

Число π в XVI веке появляется не только при решении геометрических задач. Со времени Ф. Виента разыскивание пределов некоторых арифметических последовательностей, составляемых по простым законам, приводило к тому же числу π . Примером может служить ряд Лейбница (1673-1674 гг.). $\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9}....$ Этот ряд сходиллся очень медленно.

Вычисления математиков укрепили убеждение, что π – не рациональное число. В самом деле, альтернативой этого могла быть только следующая маловероятная гипотеза: существуют ли два целых числа, отношение которых

выражает π , но эти числа такие большие, что период дроби получающейся при делении, содержит 128 десятичных знаков, вычисленных Эйлером. После работ Леонарда Эйлера в 1737 году обозначение числа π стало общепринятым.

Погоня за десятичными знаками π не прекращалась. Так Вега вычислил 140 десятичных знаков π , из которых точными оказались 136. В 1814 г Уильям Резерфорд сообщает о 208 десятичных знаках, а через 3 года талантливый гамбургский вычислитель З. Дазе показал, что Резерфорд ошибся, начиная с 152 знака и после 2 месяцев вычислений, обнаружил 200 точных десятичных знаков π .

В конце XVIII века А. Лежандр и И. Ламберт установили, что π – иррациональное число, а в 1882 году немецкий математик Ф. Линдеман доказал, что оно трансцендентно, т.е. не может удовлетворять никакому алгебраическому уравнению с целыми коэффициентами. Теорема Линдемана окончательно установила невозможность решения задачи о квадратуре круга с помощью циркуля и линейки. После доказательства трансцендентности числа π задача квадратуры круга получила строгое окончательное решение. Начиная с этого периода, это решение как сказочный дракон готово проглотить любого квадратуриста, который впредь появится.

Доказательством того, что оно продолжает представлять живой интерес, служат его 10000 десятичных знаков, вычисленных через 76 лет после того, как была установлена его трансцендентность.

Число π присутствует в чертежах и вычислениях, выполняемых электронными машинами при подготовке и проведении полётов в космос; оно предоставляет необходимое количество своих десятичных знаков, всякий раз, когда они нужны инженерам, рассчитывающим цилиндрические, сферические или конические части машин, физикам и астрономам, когда они проводят приближённые вычисления по формулам, в которых среди фундаментальных постоянных появляется и π , как, например, в формуле для периода колебания маятника, и в тысячах и тысячах других случаев. Куда бы мы ни обратили свой

взор, мы видим проворное и трудолюбивое число π : оно заключено и в самом простом колёсике, и в самой сложной автоматической машине.

Глава 2. Число π в мире геометрии

Круг – множество точек плоскости, удаленных от заданной точки этой плоскости (центр круга) на расстояние, не превышающее заданное (радиус круга).

Окружностью называется ряд равноудалённых точек от одной точки, которая, в свою очередь, является центром этой окружности. Окружность имеет также свой радиус, равный расстоянию этих точек от центра.

У похожих фигур линейные размеры должны быть пропорциональными: если диаметр окружности увеличивается в какое-то количество раз, то и ее длина должна увеличиваться в такое же количество раз.

Пусть две произвольные окружности имеют длину соответственно L_1 и L_2 , а диаметр d_1 и d_2 , так что $L_1 : L_2 = d_1 : d_2$. По известному свойству пропорции отсюда заключаем:

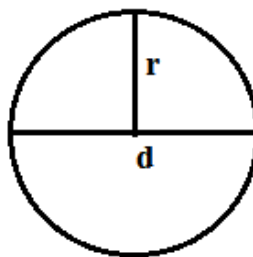
$$\frac{L_1}{d_1} = \frac{L_2}{d_2}.$$

Обозначим это отношение буквой π . Отсюда следует замечательный вывод: для любой окружности ее длина L пропорциональна диаметру d с одним и тем же, не зависящим от окружности коэффициентом пропорциональности:

$$L = \pi D = 2\pi r,$$

где r – радиус окружности, D – диаметр окружности, L – длина окружности.

π – число π .



Выразим из данной формулы число π :

$$\pi = \frac{L}{D} = \frac{L}{2r}$$

Проверим справедливость этой формулы на примере измерения длины и диаметра тарелок.

Параметры тарелок для вычисления числа π .

Тарелка № 1. Длина тарелки = 34,5 см, Диаметр тарелки = 11,5 см.

Тарелка № 2. Длина тарелки = 42,3 см, Диаметр тарелки = 13,6 см.

Тарелка № 3. Длина тарелки = 44,5 см, Диаметр тарелки = 14,8 см.

Тарелка № 4. Длина тарелки = 45,7 см, Диаметр тарелки = 15,3 см.

Тарелка № 5. Длина тарелки = 46,2 см, Диаметр тарелки = 15,4 см.

Тарелка № 6. Длина тарелки = 54,3 см, Диаметр тарелки = 17,0 см.

Тарелка № 7. Длина тарелки = 63,3 см, Диаметр тарелки = 19,3 см.

Тарелка № 8. Длина тарелки = 72,2 см, Диаметр тарелки = 24,5 см.

Тарелка № 9. Длина тарелки = 65,0 см, Диаметр тарелки = 20,4 см.

Тарелка № 10. Длина тарелки = 75,2 см, Диаметр тарелки = 23,4 см.

Расчет числа π по каждой тарелки.

Тарелка № 1. $\pi = \frac{34,5}{11,5} = 3,0.$

Тарелка № 2. $\pi = \frac{42,3}{13,6} = 3,110.$

Тарелка № 3. $\pi = \frac{44,5}{14,8} = 3,006.$

Тарелка № 4. $\pi = \frac{45,7}{15,3} = 2,986.$

Тарелка № 5. $\pi = \frac{46,2}{15,4} = 3,0.$

Тарелка № 6. $\pi = \frac{54,3}{17,0} = 3,194.$

Тарелка № 7. $\pi = \frac{63,3}{19,3} = 3,279.$

Тарелка № 8. $\pi = \frac{72,2}{24,5} = 2,946.$

Тарелка № 9. $\pi = \frac{65,0}{20,4} = 3,186$.

Тарелка № 10. $\pi = \frac{75,2}{23,4} = 3,213$.

Нами получены результаты, которые подтверждают, что число π равно 3,14...

Отклонение полученных нами значений от фактического числа π объясняется погрешностью измерения. Любой измерительный прибор и инструмент имеет определенную погрешность измерения. Сантиметровая лента имеет погрешность равную 1% [8].

Расчет погрешности по каждой тарелки.

Тарелка № 1. $3,0 \cdot 0,01 = 0,03$.

Тарелка № 2. $3,110 \cdot 0,01 = 0,03110$.

Тарелка № 3. $3,006 \cdot 0,01 = 0,03006$.

Тарелка № 4. $2,986 \cdot 0,01 = 0,02986$.

Тарелка № 5. $3,0 \cdot 0,01 = 0,03$.

Тарелка № 6. $3,194 \cdot 0,01 = 0,03194$.

Тарелка № 7. $3,279 \cdot 0,01 = 0,03279$.

Тарелка № 8. $2,946 \cdot 0,01 = 0,02946$.

Тарелка № 9. $3,186 \cdot 0,01 = 0,03186$.

Тарелка № 10. $3,213 \cdot 0,01 = 0,03213$.

Теперь учтем погрешность по каждой тарелки.

Тарелка № 1. $\pi = 3,0 \pm 0,03$.

Тарелка № 2. $\pi = 3,110 \pm 0,03110$.

Тарелка № 3. $\pi = 3,006 \pm 0,03006$.

Тарелка № 4. $\pi = 2,986 \pm 0,02986$.

Тарелка № 5. $\pi = 3,0 \pm 0,03$.

Тарелка № 6. $\pi = 3,194 \pm 0,03194$.

Тарелка № 7. $\pi = 3,279 \pm 0,03279$.

Тарелка № 8. $\pi = 2,946 \pm 0,02946$.

Тарелка № 9. $\pi = 3,186 \pm 0,03186$.

Тарелка № 10. $\pi = 3,213 \pm 0,03213$.

С учетом погрешности наиболее близкие значения к числу π получились в случае тарелок под номерами 2, 9.

Глава 3. Такое разное число π

Число π применяется не только в математике. Оно встречается в литературе, искусстве, психологии.

Для запоминания каких-либо формул или фактов часто обращаются к мнемотехнике – системе способов, облегчающих запоминание. Например: поговорки для запоминания последовательностей. В математическом фольклоре существует множество рифм-помощников для запоминания цифр числа π :

Надо только постараться

И запомнить все, как есть:

Три, четырнадцать, пятнадцать,

Девяносто два и шесть.

Бобров С. [2]

Современный французский поэт Жак Бенс предлагает писать иррациональные сонеты, состоящие из 14 строк, разделённых на 5 строф соответствующих числу π : 3 - 1 - 4 - 1 - 5. При этом количество строк в сонете сохраняется: $3 + 1 + 4 + 1 + 5 = 14$. Рифмы распределяются следующим образом: AAb C bAAb C CdCCd. Жак Бес написал уже три стихотворения, удовлетворяющих такой схеме.

Число π используется в художественной литературе. Например: рассказ современного американского фантаста Альфреда Бестера «Пи-Человек». Иррациональное число π автор выбрал символом экстравагантности своего персонажа. В беседе со следователем π -человек признается:

«- Вот говорят: экстрасенсорное восприятие, пси. А как назвать экстраформенное восприятие? Пи?

- Пик? Какой пик?

- шестнадцатая буква греческого алфавита, обозначает отношение длины окружности к ее диаметру. 3,141592... Число бесконечно...бесконечно мучение для меня...» [2]

В широком смысле π -человеком можно назвать любого математика. У.У. Сойер в книге «Прелюдия к математике» среди качеств, которыми, по его мнению должен обладать служитель «царицы наук», на первое место ставит дерзость ума, неординарность мысли и раскрепощенность фантазии.

Кроме литературы, число π представляли и художники. Известны изосюжеты «Черно-белое поле числа π » и «Скрытая симметрия числа π », выполненные московским художником А.Ф. Панкиным.

Число π можно не только описать художественно и нарисовать на бумаге, но и сыграть на музыкальном инструменте. Если ноты первой октавы пронумеровать, и расположить их на нотном стане в соответствии с последовательностью числа π , то получится мелодия.



Все сказанное выше указывает на то, что число π принадлежит не только математике, но превращается в общекультурное понятие и многообразие проявлений числа π бесконечно, как и оно само.

Заключение

Откройте произвольную книгу по вещественному или количественному анализу, аналитической теории чисел, теории вероятностей, геометрии...- рассказ о числе π будет продолжен. Не существует математического учебника, где бы ни упоминалось число π .

Однако, математики уже давно потеряли монополию на это вездесущее число – вместе с другими значимыми достижениями человеческой мысли оно превратилось в общекультурное достояние. Во всем своем многообразии проявлений число π неиссякаемо.

История числа π уходит в глубину веков. Ученые в разные годы пытались вычислить и описать число π . С развитием вычислительной техники удалось определить большое количество знаков после запятой, но этот процесс бесконечен, как само число π .

Число π окружает нас в повседневной жизни. Мы можем вычислить его, используя предметы нашего быта. Так на примере измерения длины окружности тарелок мы вычислили число π , которое получилось равным $\approx 3,14...$

Список источников и используемой литературы

1. Большая советская энциклопедия / Гл. ред. А.М. Прохоров. Т.19 – М.: Изд-во «Советская энциклопедия», 1975. – С. 516.
2. Жуков, А.В. Вездесущее число π / А. В. Жуков. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2010. - 214 с.
3. Кымпан, Ф. История числа π / Ф. Кымпан – М.: Наука, 1971. – 215 с.
4. Пиквер Клиффорд Великая математика. От Пифагора дот 57-мерных объектов. 250 основных вех в истории математики / Клиффорд Пиквер. - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015. – 539 с.
5. История числа π . - [Электронный ресурс]: <https://sonikelf.ru/istoriya-chisla-pi/> (дата обращения 27.01.2019).
6. Кто открыл число π ? История вычислений. - [Электронный ресурс]: <https://vseonauke.com/1164165224217709154/kto-otkryl-chislo-pi-istoriya-vychislenij/> (дата обращения 27.01.2019).
7. Число π - значение, история, кто придумал. - [Электронный ресурс]: <http://www.calculator888.ru/encyclopedia/maths/chislo-pi.html> (дата обращения 27.01.2019).
8. Клепачева Л. Точность сантиметровых лент. - [Электронный ресурс]: <http://t-stile.info/tochnost-santimetrovyyh-lent/> (дата обращения 02.02.2019).