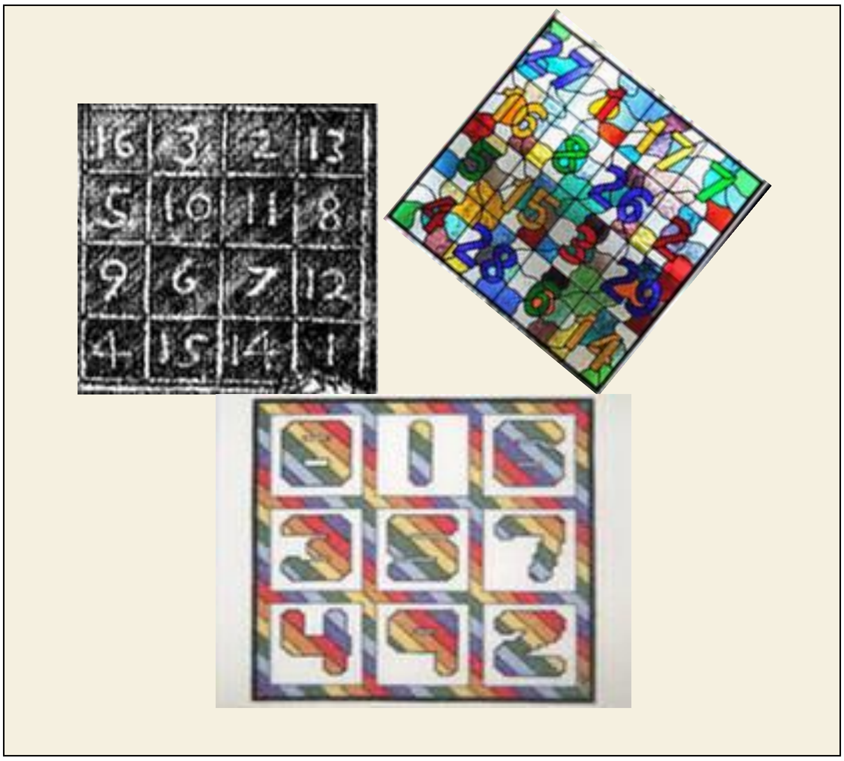
II Международная дистанционная конференция учащихся
«Научно-технический форум»
г. Москва, ноябрь 2020 г.

МАГИЧЕСКАЯ ПРОСТОТА



Автор: **Лукашевич Кирилл Александрович**

Россия, Мурманская область, ЗАТО г. Североморск, Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение средняя общеобразовательная школа № 12, 7 класс

Научный руководитель: Нирян Людмила Владимировна, учитель математики

МАГИЧЕСКАЯ ПРОСТОТА

Автор: **Лукашевич Кирилл Александрович**

Россия, Мурманская область, ЗАТО г. Североморск, Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение средняя общеобразовательная школа № 12, 7 класс

Аннотация

Цель работы: изучение возможности существования и поиск всех таких **троек трехзначных чисел**, в записи которых каждая цифра (кроме нуля) встречается только один раз и эти числа подобраны по какому-то математическому правилу.

Методы и приёмы исследования:

1. Наблюдение
2. Сопоставление
3. Анализ
4. Математическое моделирование

В ходе исследования установлено, что такие тройки действительно существуют. Так, удалось обнаружить, что среди всех **двадцати двух трехзначных** чисел, являющихся **квадратами** целых чисел, существует единственная тройка трехзначных чисел, составленных из всех девяти цифр (кроме нуля). А вот среди **пяти** имеющихся трехзначных кубов натуральных чисел такой тройки не существует. Тогда как из достаточно большого количества трехзначных простых чисел (**143**) удалось собрать **136** таких набора (без учета их возможной перестановки). Хотя самих различных полей из девяти цифр можно собрать **9!** (факториал) или **362880** видов. То есть, приблизительно в каждом 2668 поле получается тройка трехзначных простых чисел.

Введение

Однажды, несколько лет назад, мои родители подарили мне головоломку, в которой путем передвижения

пластинок с неправильным изображением сюжета из известного мультфильма, можно было собрать правильную картинку. Помню, мне удалось тогда довольно быстро собрать ее, и головоломка заняла свое почетное место в истории моих развивающих игрушек. И вот, совсем недавно, она снова попалась мне на глаза, но что делать с ней - мне не приходило на ум, пока я случайно не увидел на витрине одного из магазинов игрушек такую - же головоломку, но на ее квадратных передвигающих пластинках уже были изображены цифры!

Мне стало интересно, а какое задание нужно выполнить в этом случае. Ну, не сложить же цифры по порядку! Оказалось, что здесь требовалось составить такую математическую картинку, которая, как оказалось, носит имя «Магический квадрат»! Я не поленился и узнал, в чем смысл этого квадрата и был приятно удивлен, что его разновидностей достаточно много.

Оказалось, самым распространенным и известным из них является квадрат, в котором используются также все цифры (кроме нуля) и расположены они так, что сумма цифр по горизонталям, вертикалям и даже по диагоналям одна и та же и она равна 15. Этот, достаточно известный факт, сейчас знает любой, увлекающийся математикой, школьник. Я же, как начинающий исследователь, обязан был сделать небольшой экскурс в историю вопроса. И, вот какие сведения я нашёл в справочной и учебно-познавательной литературе ([3]. Постников М.М., Магические квадраты, Издательская группа URSS, 2010г., [4]. Ru.wikipedia.org).

Историческая справка

Итак, **маги́ческий**, или **волше́бный квадра́т** — это квадратная таблица $n \times n$, заполненная n^2 числами таким образом, что сумма чисел в каждой строке, каждом столбце и на обеих диагоналях одинакова. А вот, если в квадрате равны суммы чисел только в строках и столбцах, то он называется **полумагическим**. **Нормальным** называется магический квадрат, заполненный **натуральными числами** от 1 до n^2 (то есть без пропусков).

Нормальные магические квадраты существуют для всех порядков $n \geq 1$, за исключением $n = 2$, хотя случай $n = 1$ тривиален — квадрат состоит из одного числа. Минимальный нетривиальный случай показан слева, он имеет порядок 3.

	2	7	6		→ 15
	9	5	1		→ 15
	4	3	8		→ 15
↙	↓	↓	↓	↘	
15	15	15	15	15	

Кроме того, сумма чисел в каждой строке, столбце и на диагоналях называется магической константой *M.* Магическая константа нормального волшебного квадрата зависит только от **n** и определяется формулой:

$$\mathbf{M_n = n(n^2 + 1) : 2}$$

Первые значения магических констант приведены в следующей таблице:

Порядок *n*	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
M (n)	**15**	**34**	**65**	**111**	**175**	**260**	**369**	**505**	**671**	**870**	**1105**

Не правда ли, красиво?!

Ну, а далее, хочется сказать хоть несколько слов о самых известных с исторической точки зрения магических квадратах.

Квадрат Ло Шу (Китай)

Изображение Ло Шу в книге эпохи Мин. Единственный нормальный магический квадрат 3×3. Был известен ещё в Древнем Китае, первое изображение на черепаховом панцире датируется 2200 годом до нашей эры.

4	**9**	**2**
3	**5**	**7**
8	**1**	**6**

7	12	1	14
2	13	8	11
16	3	10	5
9	6	15	4

Квадрат, найденный в Кхаджурахо (Индия)

Самый ранний, уникальный магический квадрат обнаружен в надписи XI века в индийском городе Кхаджурахо. Это первый магический квадрат, относящийся к разновидности так называемых **« дьявольских »** квадратов — магических квадратов, в которых также с магической константой совпадают суммы чисел по ломаным диагоналям (диагонали, которые образуются при сворачивании квадрата в тор) в обоих направлениях.

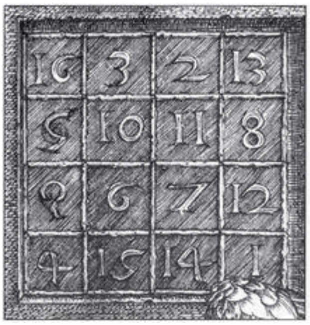
1	8	13	12
14	11	2	7
4	5	16	9
15	10	3	6

Магический квадрат Ян Хуэя (Китай)

В 13 веке математик **Ян Хуэй** занялся проблемой методов построения магических квадратов. Он рассматривал магические квадраты не только третьего, но и больших порядков. Некоторые из его квадратов были достаточно сложны, однако он всегда давал правила для их построения. Он сумел построить магический квадрат шестого порядка, причем последний оказался почти идеальным (в нем только две пары центрально противолежащих чисел не дают сумму 37)

27	29	2	4	13	36
9	11	20	22	31	18
32	25	7	3	21	23
14	16	34	30	12	5
28	6	15	17	26	19
1	24	33	35	8	10

Квадрат Альбрехта Дюрера



Магический квадрат 4×4, изображённый на гравюре Альбрехта Дюрера «Меланхолия», считается самым ранним в европейском искусстве. Два средних числа в нижнем ряду указывают дату создания гравюры (1514). Сумма чисел на любой горизонтали, вертикали и диагонали равна 34. Эта сумма также встречается во всех угловых квадратах 2×2, в центральном квадрате (10+11+6+7), в квадрате из угловых клеток (16+13+4+1), в квадратах, построенных «ходом коня» (2+8+9+15 и 3+5+12+14), в прямоугольниках, образованных парами средних клеток на противоположных сторонах (3+2+15+14 и 5+8+9+12).

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Квадраты Генри Э. Дьюдени и Аллана У. Джонсона-мл.

Если в квадрат **n × n** заносится не строго натуральный ряд чисел, то данный магический квадрат — **нетрадиционный**. Ниже представлены два таких магических квадрата, заполненные **простыми числами** (хотя, как я узнала, 1 в современной теории чисел не считается простым числом). Первый имеет порядок **n=3** (квадрат Дьюдени).

17	89	71
113	59	5
47	29	101

Второй (размером **4x4**) — квадрат Джонсона. Оба они были разработаны уже в начале двадцатого столетия.

3	61	19	37
43	31	5	41
7	11	73	29
67	17	23	13

И еще несколько подобных примеров:

67	1	43
13	37	61
1	73	7

1	823	821	809	811	797	19	29	313	31	23	37
9	83	211	79	641	631	619	709	617	53	43	739
97	227	103	107	193	557	719	727	607	139	757	281
223	653	499	197	109	113	563	479	173	761	587	157
367	379	521	383	241	467	257	263	269	167	601	599
349	359	353	647	389	331	317	311	409	307	293	449
503	523	233	337	547	397	421	17	401	271	431	433
229	491	373	487	461	251	443	463	137	439	457	283
509	199	73	541	347	191	181	569	577	571	163	593
661	101	643	239	691	701	127	131	179	613	277	151
659	673	677	683	71	67	61	47	59	743	733	41
827	3	7	5	13	11	787	769	773	419	149	751

Последний квадрат, построенный в 1913 г. Дж. Н.Манси, примечателен тем, что он составлен из 143 последовательных простых чисел за исключением двух моментов: привлечена единица, которая не является простым числом, и не использовано единственное чётное простое число 2. Кроме всех перечисленных, я нашла еще много информации о квадратах с другими дополнительными свойствами. Поэтому, ознакомившись со многими из существующих «братьев - квадратов», я понял, что и эта моя головоломка с цифрами должна занять свое историческое почетное место…. Если бы не случайность!

Однажды, в одном справочнике по математике я увидел огромный набор таблиц с числами. Помню, я был озадачен тем, сколько их там было. Оказалось, каждая из этих таблиц - это набор чисел, собранных по какому-то математическому правилу. Это теперь я знаю, что все числа подразделяются на группы, а некоторые из них могут быть участниками не одной, а сразу нескольких групп. Не знаю, как так получилось, но головоломка с цифрами и эти таблицы не давали мне покоя, и я все время размышлял, а как бы еще можно было применить мой «скучающий» квадратик.

Ход исследования

И первое, что пришло мне в голову, когда я разглядывал его в очередной раз, это вдруг понять, что три цифры в ряд в головоломке – это фактически **трехзначное** число! И поскольку первой в этой книге была таблица с квадратами двухзначных чисел, то я занялся ее изучением, а именно: смогу ли я найти **три таких трехзначных числа, являющихся квадратами целых чисел, которые могут быть составлены из всех известных цифр (кроме нуля) и каждая цифра при этом используется только один раз.** Для этого я выделил в этой таблице все **трехзначные** квадраты чисел. Их оказалось только 22.

X^2	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
0	0	1	4	9	16	25	36	49	64	81
1	**100**	**121**	**144**	**169**	**196**	**225**	**256**	**289**	**324**	**361**
2	**400**	**441**	**484**	**529**	**576**	**625**	**676**	**729**	**784**	**841**
3	**900**	**961**	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521

Признаюсь, я потратил немало усилий, и были даже минуты отчаяния, но поиск все же дал результат! И все это случилось только после того, как я придумал, как я должен отбирать нужный вариант. Ниже я расскажу, как я сделал свое первое в жизни настоящее открытие. Итак, я вынес все эти 22 числа в таблицу и стаа совершать перебор, отбрасывая неподходящие варианты. Я сразу отбросил все числа с повторяющимися цифрами и нулями:

<table>
<tr><td rowspan="2">Все трехзначные квадраты чисел (22)</td><td>100</td><td>121</td><td>144</td><td>169</td><td>196</td><td>225</td><td>256</td><td>289</td><td>324</td><td>361</td><td>400</td></tr>
<tr><td>441</td><td>484</td><td>529</td><td>576</td><td>625</td><td>676</td><td>729</td><td>784</td><td>841</td><td>900</td><td>961</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>Трехзначные квадраты чисел без повторяющихся цифр и нулей (13)</td><td>169</td><td>196</td><td>256</td><td>289</td><td>324</td><td>361</td><td>529</td><td>576</td><td>625</td><td>729</td><td>784</td><td>841</td><td>961</td></tr>
</table>

А затем к каждому числу стал подбирать такие, чтобы цифры не повторялись.

<table>
<tr><td>169</td><td rowspan="3">324</td><td rowspan="3">784</td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td></tr>
<tr><td>196</td></tr>
<tr><td>961</td></tr>
<tr><td>289</td><td>361</td><td>576</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>324</td><td>169</td><td>196</td><td>576</td><td>961</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>361</td><td>289</td><td>529</td><td>729</td><td>784</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>529</td><td>361</td><td>784</td><td>841</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>576</td><td>289</td><td>324</td><td>841</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>625</td><td>784</td><td>841</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>729</td><td>361</td><td>841</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>784</td><td>169</td><td>196</td><td>256</td><td>361</td><td>529</td><td>625</td><td>961</td></tr>
<tr><td>841</td><td>256</td><td>529</td><td>576</td><td>625</td><td>729</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>256</td><td>784</td><td>841</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Понятно, что три первых числа (169, 196,961) я смело смог объединить вместе, так как они составлены из одних и тех же цифр. Для наглядности красными я выделил те цифры, которые повторялись в остальных числах. А вот зелеными я с удовольствием выделил те, которые я искал и нашёл! Значит, такой набор в таблице квадратов, представленных трехзначными числами, все-таки существует! И я, можно сказать, торжественно, поместил свои числа в новенький, по-своему, магический квадрат.

3	6	1
5	2	9
7	8	4

Нельзя описать, как я обрадовался этому, но жажда нового открытия заставила двигаться меня вперед, и я обратился к следующей таблице – **таблице кубов чисел.** А так как моя головоломка – это квадрат 3х3, то я снова выделил трехзначные кубы чисел. Однако из-за их малого количества я сразу понял, что, скорее всего, здесь меня не ждет ничего хорошего.

Ниже в таблице я указал эти числа и выделил предварительно число 343, в котором самом цифры повторяются.

125	216	343	512	729

Нетрудно заметить, что для каждого из четырех оставшихся чисел всегда есть повторяющаяся цифра во всех оставшихся трех. Это цифра 2.

Но я не отчаивался, так как следующая таблица - **таблица простых чисел,** имела в своем арсенале целых 143 трехзначных простых числа!

101 103 107 109 113 127 **131** 137 139 149 **151** 157 163 167 173 179 **181 191** 193 197 **199 211 223 227 229 233** 239 241 251 257 263 269 271 **277** 281 283 293 **307 311 313** 317 **331 337** 347 349 **353** 359 367 **373** 379 **383** 389 397 **401 409** 419 421 431 **433** 439 **443 449** 457 461 463 467 479 487 491 **499 503 509** 521 523 541 547 **557** 563 569 571 **577** 587 593 **599 601 607** 613 617 619 631 641 643 647 653 659 **661** 673 **677** 683 691 **701 709** 719 **727 733** 739 743 751 **757** 761 769 **773 787 797 809 811** 821 823 827 829 839 853 857 859 863 **877 881 883 887 907 911 919 929** 937 941 947 953 967 971 **977** 983 **991 997**

Далее я снова исключил все числа с нулем или повторяющимися цифрами (в верхней таблице они выделены красным цветом). И вот, что у меня осталось:

127 137 139 149 157 163 167 173 179 193 197 239 241 251 257 263 269 271 281 283 293 317 347 349 359 367 379 389 397 419 421 431 439 457 461 463 467 479 487 491 521 523 541 547 563 569 571 587 593 613 617 619 631 641 643 647 653 659 673 683 691 719 739 743 751 761 769 821 823 827 829 839 853 857 859 863 937 941 947 953 967 971 983

А затем оставшиеся числа (а таких осталось 83) я собрал по группам, в которых **числа состоят из одинакового набора цифр** (вертикальная колонка, всего 41 группа). Для наглядности результаты поиска подходящих чисел я решил поместить в таблицу следующим образом:

127 271	349 439	359 593 953	389 839 983	**463 643**	563 653	569 659	683 863	853	**859**				
137 173 317	269	569 659	829	859									
139 193	257	457 547	467 647	487	587 857	827							
149 419 491 941	**257**	**263**	283 823	367 673	523	**563 653**	**587 857**	**683 863**	**827**	853			
157 571 751	239 293	263	269	283 823	349 439	389 839 983	**463 643**	683 863	**829**				
163 613 631	257	**457 547**	479 947	487	587 857	827	**829**	859					
167 617 761	239 293	283 823	349 439	359 593 953	389 839 983	523	829	853	859				
179 197 719 971	263	283 823	463 643	523	563 653	683 863	853						
239 293	157 571 751	167 617 761	457 547	**461 641**	467 647	487	541	**587 857**					

241 421	359 539 953	**367 673**	379 397 739 937	389 839 983	563 653	569 659	587 857	683 863	**769 967**	**853**	**859**		
251 521	347 743	349 439	367 673	379 397 739 937	**389 839 983**	463 643	**467 647**	**479 947**	487	**683 863**	769 967		
257	139 193	**149 419 491 941**	163 613 631	349 439	**389 839 983**	431	**461 641**	463 643	619 691	**683 863**			
263	**149 419 491 941**	157 571 751	179 197 719 971	457 547	479 947	487	541	**587 857**	859				
269	137 173 317	157 571 751	347 743	**431**	457 547	487	541	**587 857**	853				
281 821	**347 743**	349 439	**359 593 953**	367 673	379 397 739 937	457 547	463 643	**467 647**	**479 947**	**563 653**	**569 659**	769 967	
283 823	149 419 491 941	157 571 751	167 617 761	179 197 719 971	**457 547**	461 641	467 647	479 947	**541**	569 659	**619 691**	**769 967**	
347 743	251 521	269	**281 821**	**569 659**	619 691	829	859						
349 439	127 271	157 571 751	167 617 761	251 521	257	281 821	587 857	827					
359 593 953	127 271	167 617 761	241 421	**281 821**	**461 641**	**467 647**	487	**827**					
367 673	149 419 491 941	**241 421**	251 521	281 821	**541**	**829**	**859**						
379 397 739 937	241 421	251 521	281 821	461 641	541								
389 839 983	127 271	157 571 751	167 617 761	241 421	**251 521**	**257**	457 547	**461 641**	**467 647**	541			
431	257	**269**	**569 659**	**587 857**	769 967	**827**	829	859					
457 547	139 193	**163 613 631**	239 293	263	269	281 821	**283 823**	389 839 983	**619 691**	683 863	**829**		
461 641	**239 293**	**257**	283 823	**359 593 953**	379 397 739 937	**389 839 983**	523	**587 857**	**827**	829	853	859	
463 643	**127 271**	**157 571 751**	179 197 719 971	251 521	257	281 821	587 857	827	**829**	**859**			

467 647	139 193	239 293	**251 521**	**281 821**	283 823	**359 593 953**	**389 839 983**	523	829	853	859		
479 947	163 613 631	**251 521**	263	**281 821**	283 823	523	**563 653**	**683 863**	853				
487	139 193	163 613 631	239 293	251 521	263	269	359 593 953	**523**	563 653	569 659	**619 691**		
523	149 419 491 941	167 617 761	179 197 719 971	461 641	467 647	479 947	**487**	**619 691**	769 967				
541	239 293	263	269	**283 823**	**367 673**	379 397 739 937	389 839 983	683 863	**769 967**	827	**829**		
563 653	127 271	**149 419 491 941**	179 197 719 971	241 421	**281 821**	**479 947**	487	**827**	829				
569 659	127 271	137 173 317	241 421	**281 821**	283 823	**347 743**	**431**	487	**827**				
587 857	139 193	**149 419 491 941**	163 613 631	**239 293**	241 421	**263**	**269**	349 439	**431**	**461 641**	463 643	619 691	
619 691	257	**283 823**	347 743	**457 547**	**487**	**523**	587 857	827	853				
683 863	127 271	**149 419 491 941**	157 571 751	179 197 719 971	241 421	**251 521**	**257**	457 547	**479 947**	541			
769 967	**241 421**	251 521	281 821	**283 823**	431	523	**541**	**853**					
827	139 193	**149 419 491 941**	163 613 631	349 439	**359 593 953**	**431**	**461 641**	463 643	541	**563 653**	**569 659**	619 691	
829	137 173 317	**157 571 751**	**163 613 631**	167 617 761	347 743	**367 673**	431	**457 547**	461 641	**463 643**	467 647	**541**	563 653
853	127 271	149 419 491 941	167 617 761	179 197 719 971	**241 421**	269	461 641	467 647	479 947	619 691	**769 967**		
859	**127 271**	137 173 317	163 613 631	167 617 761	**241 421**	263	347 743	**367 673**	431	461 641	**463 643**	467 647	

В итоге, среди 35 групп с положительным результатом я насчитал **66 комплектов** нужных мне наборов чисел, которые я снова упорядочил в таблице.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
127 271	149 419 491 941	157 571 751	163 613 631	239 293	241 421	251 521	257	263	269	281 821	283 823	347 743	359 593 953	367 673	389 839 983	431	457 547
463 643	683 863	463 643	457 547	461 641	367 673	389 839 983	149 419 491 941	149 419 491 941	431	347 743	457 547	281 821	281 821	241 421	251 521	269	163 613 631
859	257	829	829	587 857	859	467 647	683 863	587 857	587 857	569 659	619 691	569 659	467 647	859	467 647	587 857	829
	587 857				769 967	479 947	389 839 983			359 593 953	541		461 641	541	257	569 659	283 823
	263				853	683 863	461 641			467 647	769 967		827	829	461 641	827	619 691
	563 653									479 947							
	827									563 653							

19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35
461 641	463 643	467 647	479 947	487	523	541	563 653	569 659	587 857	619 691	683 863	769 967	827	829	853	859
239 293	127 271	251 521	251 521	523	487	283 823	149 419 491 941	281 821	149 419 491 941	283 823	149 419 491 941	241 421	149 419 491 941	157 571 751	241 421	127 271
587 857	859	389 839 983	683 863	619 691	619 691	769 967	827	347 743	263	457 547	257	853	563 653	463 643	769 967	463 643
389 839 983	157 571 751	359 593 953	281 821			367 673	281 821	431	239 293	487	251 521	283 823	359 539 953	163 613 631		241 421
257	829	281 821	563 653			829	479 947	827	461	523	479 947	541	461	457 547		367 763
359 539 953									269				569 659	367 673		
827									431				431	541		

А далее мне стало интересно, сколько же всевозможных полей я смогу составить из этих наборов (не обращая внимания на порядок их перечисления сверху вниз). И я решил пронаблюдать, как происходит этот подсчет на примере первых двух (вертикальных) колонок. Вот что у меня получилось:

127	127	271	271
463	643	463	643
859	859	859	859

Таким образом, получилось **четыре поля**. И теперь такую же табличку я составил для второй колонки:

149	419	491	941		149	419	491	941		149	419	491	941
257	257	257	257		263	263	263	263		827	827	827	827
683	683	683	683		587	587	587	587		563	563	563	563
149	419	491	941		149	419	491	941		149	419	491	941
257	257	257	257		263	263	263	263		827	827	827	827
863	863	863	863		857	857	857	857		653	653	653	653

И в общей сложности вторая колонка содержит в себе 24 поля. И мне теперь понятен механизм подсчета возможных полей: в первом случае 2*2*1 = 4, а во втором 4*1*2 + 4*2*1 +4*2*1 = 24

Теперь не оставалось ничего другого, как выполнить общий подсчет для всех колонок.

1	2*2*1	**4**		**19**	2*2*2 + 2*1*3 + 2*1*3	**20**
2	4*1*2 + 4*2*1 + 4*2*1	**24**		**20**	2*2*1 + 2*3*1	**10**
3	3*2*1	**6**		**21**	2*2*3 + 2*2*3	**24**
4	3*2*1	**6**		**22**	2*2*2 + 2*2*2	**16**
5	2*2*2	**8**		**23**	1*1*2	**2**
6	2*2*1 + 2*2*1	**8**		**24**	1*1*2	**2**
7	2*3*2 + 2*2*2	**20**		**25**	1*2*2 + 1*2*1	**6**
8	1*4*2 + 1*3*2	**14**		**26**	2*4*1 + 2*2*2	**16**
9	1*4*2	**8**		**27**	2*2*2 + 2*1*1	**10**
10	1*1*2	**2**		**28**	2*4*1 + 2*2*2 + 2*1*1	**18**
11	2*2*2 + 2*3*2 + 2*2*2	**28**		**29**	2*2*2 + 2*1*1	**10**
12	2*2*2 + 2*1*2	**12**		**30**	2*4*1 + 2*2*2	**16**
13	2*2*2	**8**		**31**	2*2*1 + 2*2*1	**8**
14	3*2*2 + 3*2*1	**18**		**32**	1*4*2 + 1*3*2 + 1*1*2	**16**
15	2*2*1 + 2*1*1	**6**		**33**	1*3*2 + 1*3*2 + 1*2*1	**14**
16	3*2*2 + 3*1*2	**18**		**34**	1*2*2	**4**
17	1*1*2 + 1*2*1	**4**		**35**	1*2*2 + 1*2*2	**8**
18	2*3*1 + 2*2*2	**14**		**итого**		**408**

Однако, учитывая, что во всех этих вариантах набор из трех чисел повторился трижды, делаем вывод, что всего можно набрать ровно 136 полей с трехзначными простыми числами (без учета их возможной перестановки местами). Ниже я представил все эти варианты. Итак, вот они, все эти **136** квадратов, в которых каждая цифра, кроме нуля, встречается один раз, при этом все эти числа (по горизонтали) подобраны по особенному математическому правилу: все они – **простые числа!**

127	127	271	271	149	149	419	419	941	941	491
463	643	463	643	257	257	257	257	257	257	257
859	859	859	859	683	863	683	863	683	863	683

491	149	149	419	419	941	941	491	491	491	149
257	263	263	263	263	263	263	653	263	263	563
863	857	587	857	587	857	587	827	857	587	827

149	419	419	941	941	491	751	157	157	571	571
653	563	653	563	653	563	463	463	643	463	643
827	827	827	827	827	827	829	829	829	829	829

751	163	163	631	613	631	613	239	239	293	293
643	457	547	457	457	547	457	641	641	461	641
829	829	829	829	829	829	829	587	857	587	587

239	239	293	293	421	241	241	421	241	241	421
461	461	461	641	673	769	853	853	367	673	367
587	857	857	857	859	853	967	769	859	859	859

421	251	251	251	251	251	251	251	251	251	251
853	389	839	467	389	839	647	479	479	683	863
967	467	467	983	647	647	983	683	863	947	947

521	521	521	521	521	521	521	521	521	521	257
389	839	467	389	647	647	479	479	683	863	389
467	467	983	647	839	983	683	863	947	947	461

257	257	257	257	257	269	269	281	281	281	281
839	461	389	641	641	431	431	347	347	743	659
461	983	641	839	983	587	857	569	659	569	743

821	821	821	821	281	281	281	281	281	281	821
347	347	569	659	359	467	467	359	647	593	359
569	659	743	743	467	953	593	647	953	647	467

821	821	821	821	821	281	281	281	281	821	821
953	467	359	647	593	379	479	563	653	479	563
467	593	647	953	647	563	653	947	947	563	947

821	821	283	283	283	283	823	823	823	823	283
479	947	457	457	547	547	457	457	547	547	541
653	653	619	691	619	691	619	691	619	691	769

283	823	823	359	359	593	563	953	953	367	673
541	541	541	461	641	461	641	461	461	541	541
967	769	967	827	827	827	827	827	827	829	829

431	431	487	487
569	659	523	523
827	827	619	691

И вот тут- то сразу возникает резонный вопрос: а нельзя ли среди этих 136 квадратов найти хотя бы один такой квадрат, у которого простые числа читались бы и по вертикальным направлениям, пусть бы для этого пришлось менять местами числа по горизонтальным линиям?

И я уже была готов к длительному поиску, но вдруг обратил внимание, что (по понятным причинам) все простые числа оканчиваются только на одну из цифр: **1, 3, 7, 9.** А теперь давайте

4	8	**7**
5	2	**3**
6	9	**1**

представим один из наших квадратов, например, самый последний. Три цифры из указных четырех уже заняты (7, 3, 1). Для того, чтобы простые числа оказались и по вертикали, нужно еще хотя бы две цифры, не равные этим, но из того же набора **1, 3, 7, 9.** А их таких у нас осталась только одна неиспользованная цифра – это цифра 9. Поэтому становится понятным, что такого варианта, в принципе, не может существовать.

Вывод

Таким образом, в ходе исследования установлено, что действительно существуют такие **тройки трехзначных чисел**, в записи которых каждая цифра (кроме нуля) встречается только один

раз и эти числа подобраны по какому-то, наперед выбранному, математическому правилу. Так, мне удалось обнаружить, что среди всех **двадцати двух трехзначных** чисел, являющихся **квадратами** целых чисел, существует **единственная** тройка чисел, составленных из всех девяти цифр (кроме нуля). А вот среди **пяти** имеющихся трехзначных кубов натуральных чисел такой тройки, увы, не существует.

Тогда как из достаточно большого количества трехзначных простых чисел (**143**) мне удалось собрать 136 таких наборов (без учета их возможной перестановки)! А, значит, в копилке различных математических редкостей (таких, например, как: **48 * 159 = 7632,** где каждая цифра, кроме нуля, повторилась только один раз) появились свои новые представители!

Остается добавить, что это, конечно, только начало моих поисков и находок. Ведь ничто не мешает рассмотреть квадрат теперь уже 4 х 4 и провести в нем аналогичное исследование. Кстати, как мне удалось узнать, такие головоломки получили новую волну популярности в середине прошлого столетия и назывались они «Пятнашками», видимо, из-за количества цифр на пластинках, помещенных в квадрат 4х4. Примечательно, что автором этой игры-головоломки был почтмейстер Ной Палмер Челмэн, который в 1874 году впервые показал ее своим друзьям. Тогда головоломка состояла из 16 пронумерованных квадратных костяшек, а цель игры, которую придумал Челмэн, состояла в том, что надо так упорядочить костяшки, чтобы в каждом ряду сумма чисел была равна 34. ([4]. Ru.wikipedia.org).

В «Пятнашках» же их просто необходимо было упорядочить по возрастанию или убыванию.

Или, более того, что стоит рассмотреть, например, уже не квадрат, а целый куб. Но это - уже другая история, новая и тоже очень увлекательная …

Список литературы:

[1]. Выгодский М.Я., Справочник по элементарной математике, М.: Наука, 1976г.

[2]. Источник: http://uchim.org/matematika/tablica-prostyx-chisel

[3]. Постников М.М., Магические квадраты, Издательская группа URSS, 2010г.

[4]. Ru.wikipedia.org